الاحتمال

***التجربة العشوائية**

تعريف التجربة العشوائية

التجربة العشوائية هي كل تجربة نستطيع أن نحدد مقدما (أي قبل إجرائها) جميع النواتج الممكنة الحدوث ،ولكن لا يمكن تحديد أي من هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند اجراء هذه التجربة

تعريف : فضاء (فراغ) العينة أو فضاء النواتج (ف)

هو مجموعة جميع النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية.

تعريف الحدث : هو أى مجموعة جزئية من فضاء العينة.

***أنواع الأحداث**

١) **الحدث المؤكد:** هو الحدث الذى لابد أن يقع ويرمز له بالرمز (ف).

٢) **الحدث المستحيل:** هو الحدث الذى لا يمكن أن يقع ويرمز له بالرمز ($\emptyset$).

٣) **الحدث الأولى (البسيط):** هو الحدث الذى تتألف المجموعه التى تمثله من عنصر واحد من عناصر فضاء العينة.

٤) **الحدثان المتنافيان** :

هما الحدثان اللذان يستحال و قوعهما معاً و وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر .

تعريف

١) إذا كان ٩، ب حدثين جزئيين من ف فإن ٩ ، ب حدثان متنافيان إذا كان ٩ $\cap$ ب = $\emptyset$.

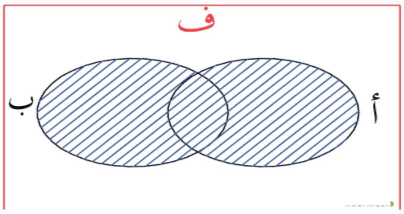
٢) يقال لعدة أحداث أنها متنافية إذا وإذا فقط كانت متنافية مثنى مثنى.

ملحوظة

يقال أن حدث ما قد وقع إذا كان ناتج التجربة العشوائية عنصراً من عناصر المجموعة التي تعبر عن هذا الحدث .

* العمليات على الأحداث

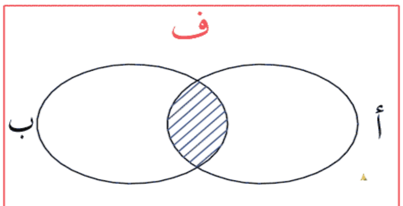
١) **الاتحاد** ($\cup$ = أو)



فى الشكل المقابل: الجزء المظلل يمثل ٩ $\cup$ ب

٩ $\cup$ ب يعنى وقوع أحد الحدثين على الأقل.

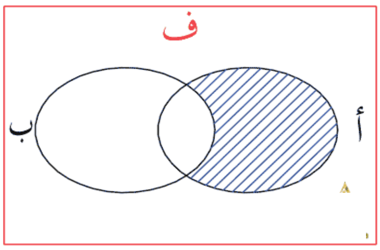
٢) **التقاطع** ($\cap$ = و)



فى الشكل المقابل: الجزء المظلل يمثل ٩ $\cap$ ب

٩ $\cap$ ب يعنى وقوع الحدثين معاً.

٣) **الفرق (-)** فى الشكل المقابل:



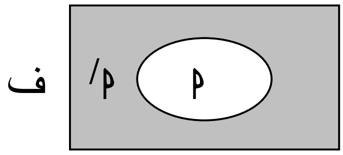
الجزء المظلل يمثل ٩ - ب يعنى وقوع الحدث ٩ فقط

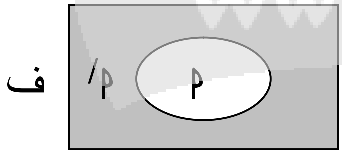
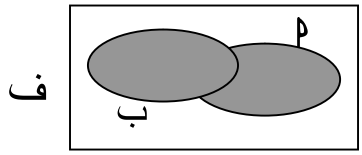
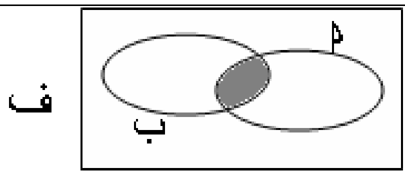
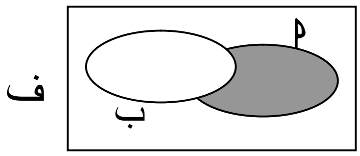
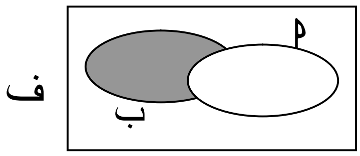
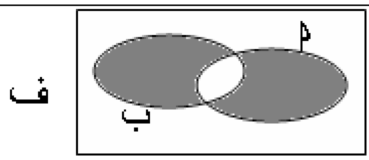
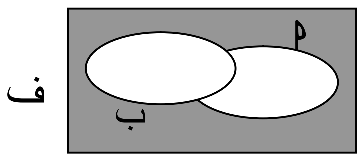
، وكذلك يعنى وقوع الحدث ٩ وعدم وقوع الحدث ب.

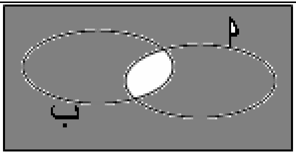
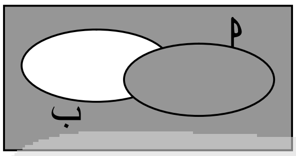
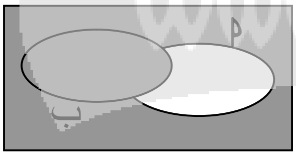
(٤) الحدث المكمل

فى الشكل المقابل : الجزء المظلل يمثل المجموعه أ′ ويسمى بالحدث المكمل للحدث أ ، وكذلك يعنى عدم وقوع الحدث

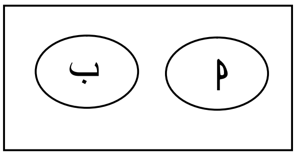
∴ أ′ = ف - أ



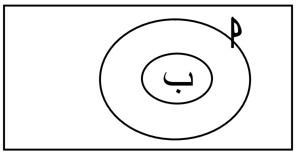
التعبير عن الحدث	الحدث	شكل فن (تمثيل الحدث)
وقوع الحدث أ عدم وقوع الحدث أ	أ أ′ = ف − أ	
وقوع أ أو ب وقوع أحدهما على الأقل	أ ∪ ب	
وقوع أ و ب وقوع كلاهما وقوعهما معا	أ ∩ ب	
وقوع أ فقط	أ − ب = أ ∩ ب′ = أ − (أ ∩ ب)	
وقوع ب فقط وقوع ب وعدم وقوع أ	ب − أ = ب ∩ أ′ = ب − (أ ∩ ب)	
وقوع أحدهما فقط وقوع أ فقط أ وقوع ب فقط	(أ − ب) ∪ (ب − أ) = (أ ∪ ب) − (أ ∩ ب)	
عدم وقوع أى منهما **عدم** وقوع أ وعدم وقوع ب	(أ ∪ ب)′ = أ′ ∩ ب′	

عدم وقوع الحدثين معاً وقوع أحدهما على الأكثر	(أ ∩ ب)′ = أ′ ∪ ب′	ف 
وقوع أ أوعدم وقوع ب عدم وقوع ب فقط	أ ∪ ب′ = (ب − أ)′	ف 
وقوع ب أوعدم وقوع أ عدم وقوع أ فقط	ب ∪ أ′ = (أ − ب)′	ف 

تذكر أن :

ف 

١) إذا كان أ ، ب متنافيان فإن أ ∩ ب = ∅
ب − أ = ب ، أ − ب = أ

ف 

٢) إذا كان ب ⊂ أ فإن :
أ ∩ ب = ب ، أ ∪ ب = أ ، ب − أ = ∅

٣) قانون ديمورجان (أ ∩ ب)′ = أ′ ∪ ب′ ، (أ ∩ ب)′ = أ′ ∪ ب′

مثال (١)

فى تجربة القاء قطعتى عملة متمايزتين مرة واحدة وملاحظة الوجهين الظاهرين .
اكتب فضاء العينة لهذه التجربة وعين الأحداث الآتية:
أ = ظهور كتابة واحدة على الأقل. ب = ظهور كتابة واحدة على الأكثر.
ج =ظهور صوره واحدة بالضبط. د = ظهور صورتين على الأكثر.
هـ =عدم ظهور كتابات. و =ظهور صورتين على الأقل.

الحل :

ف = { (ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)}
أ = {(ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)}
ب = { (ص، ك)، (ك، ص)، (ص، ص)}
ج ={(ص، ك)، (ك، ص)}
د = ف
هـ ={(ص،ص)}
و ={(ص،ص)}

مثال ٢: فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوى، عين الأحداث الآتية:

م = مجموع الوجهين العلويين أكبر من ١١
ب = مجموع الوجهين العلويين أقل من ٥
ج = مجموع الوجهين العلويين يقبل القسمة على ٤
د = الفرق المطلق بين الوجهين العلويين ٣
هـ = الحصول على عدد أولى فى أحد الرميتين على الأقل.
و = الحصول على عدد أولى مرة واحدة فقط.

الحل

الثانية \ الرمية الأولى	١	٢	٣	٤	٥	٦
٦	(١، ٦)	(٢، ٦)	(٣، ٦)	(٤، ٦)	(٥، ٦)	(٦، ٦)
٥	(١، ٥)	(٢، ٥)	(٣، ٥)	(٤، ٥)	(٥، ٥)	(٦، ٥)
٤	(١، ٤)	(٢، ٤)	(٣، ٤)	(٤، ٤)	(٥، ٤)	(٦، ٤)
٣	(١، ٣)	(٢، ٣)	(٣، ٣)	(٤، ٣)	(٥، ٣)	(٦، ٣)
٢	(١، ٢)	(٢، ٢)	(٣، ٢)	(٤، ٢)	(٥، ٢)	(٦، ٢)
١	(١، ١)	(٢، ١)	(٣، ١)	(٤، ١)	(٥، ١)	(٦، ١)

ف ={(س،ص):س = ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ ، ص = {١ ،٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

م = { (٦،٦)}
ب = {(١،١) ، (٢،١) ، (٣،١) ، (١،٣) ، (١،٢) ، (٢،٢) }
ج= { (١،٣) ، (٢،٢) ، (٦،٢) ، (٣،١) ، (٣،٥) ،(٤،٤) ، (٥،٣) ، (٢،٦) ،
(٦،٦) }
د = { (١،٤) ، (٢،٥) ،(٣،٦) (٤،١) ، (٥،٢) ، (٦،٣) }
هـ = { (٢،١) ،(٢،٢) ،(٢،٣) ،(٢،٤) ،(٢،٥) ،(٢،٦) ،(٣،١) ،(٣،٢) ،(٣،٣)
،(١،٢) ،(١،٣) ،(١،٥) ،(٤،٢) ،(٤،٣) ،(٤،٥) ،(٣ ،٦) ،(٦،٢) ،(٦،٥) ، (٣،٤)
،(٣،٥) ،(٣،٦) ،(٥،١) ،(٥،٢) ،(٥،٣) ،(٥،٤) ،(٥،٥) ،(٥،٦)}
و = {(٢،١) ،(٢،٤) ،(٢،٦) ،(٣،١)، (٣،٦) ،**(٥،١)** ،**(٥،٤)** ،**(٥،٦)** ،(١،٢)،
(٤،٢)،(٦،٢)، (٤،٣) (١،٣)، (٤،٣)، (٦،٣)، (١،٥)، (٤،٥)، (٦،٥)}

حساب الاحتمال

* مسلمات وقواعد الاحتمال

١) لكل حدث ﺃ ⊂ ف يوجد عدد حقيقى يسمى احتمال الحدث ﺃ و يرمز له بالرمز ل (ﺃ)

حيث صفر ⩽ ل (ﺃ) ⩽ ١ أو ل (ﺃ) ∈ [٠ ، ١]

، إذا كان ن(ﺃ) = م ، ن(ف) = ن فإن ل (ﺃ) = م / ن = عدد عناصر الحدث ﺃ / عدد عناصر ف

٢) ل (ف) = ١ (أى أن احتمال الحدث المؤكد = ١)

٣) ل(∅) = صفر (أى أن احتمال الحدث المستحيل = صفراً)

٤) ل(ﺃ ∪ ب) = ل (وقوع أحد الحدثين على الأقل)

= ل(ﺃ) + ل(ب) - ل(ﺃ ∩ ب) حيث ﺃ ، ب حدثين من فضاء العينة .

٥) وإذا كان ﺃ ، ب حدثين متنافيين فإن: ل(ﺃ ∪ ب) = ل(ﺃ) + ل(ب)

خواص دالة الاحتمال :

١) إذا كان ف = { ﺃ$_١$ ، ﺃ$_٢$ ، ﺃ$_٣$ ، ..... ، ﺃ$_ن$ } حيث ﺃ$_١$ ، ﺃ$_٢$ ، ﺃ$_٣$ ، ..... ، ﺃ$_ن$ أحداث بسيطة متنافية فإن:

ل(ﺃ$_١$) + ل(ﺃ$_٢$) + ...+ل(ﺃ$_ن$) = ١

وإذا كان ﺃ$_١$ ، ﺃ$_٢$ ، ﺃ$_٣$ ، ..... ، ﺃ$_ن$ متساوية الاحتمال فإن:

ل(ﺃ$_١$) = ل(ﺃ$_٢$) = ... = ل(ﺃ$_ن$) = ١ / ن

٢) ∵ ﺃ ∪ ﺃ$'$ = ف ∴ ل (ﺃ$'$) = ١ - ل(ﺃ)

٣) ل(ﺃ – ب) = ل (ﺃ فقط) = ل(ﺃ) - ل(ﺃ ∩ ب)

ل(ب – ﺃ) = ل(ب) – ل(ﺃ ∩ ب)

٤) ل(ﺃ ∩ ب) = ل(ﺃ) + ل(ب) - ل(ﺃ ∪ ب)

٥) ل(ﺃ ∪ ب$'$) = ل(ب ∩ ﺃ$'$)$'$ = ١ - ل(ب ∩ ﺃ$'$) = ل (ب – ﺃ)$'$ = ١ – ل(ب – ﺃ) =

= ١ – (ل (ب) – ل(ﺃ ∩ ب)) = ١ + ل(ﺃ ∩ ب) - ل(ب)

٦) احتمال وقوع ﺃ فقط = ل (ﺃ ∩ ب$'$) = ل

٧) ل(ﺃ$'$ ∩ ب$'$) = ل(ﺃ ∪ ب)$'$ = ١ – ل(ﺃ ∪ ب)

٨) ل(ﺃ$'$ ∪ ب$'$) = ل(وقوع أحد الحدثين على الأكثر) = ل(ﺃ ∩ ب)$'$ = ١ - ل(ﺃ ∩ ب)

٩) ل (ﺃ فقط و ب فق) = ل(أحدالحدثين دون الآخر) = ل(ﺃ ∪ ب)- ل(ﺃ ∩ ب)

مثال (٣)

إذا كان م،ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان ل(م) = $\frac{١}{٦}$ ، ل(م ∩ ب) = $\frac{١}{١٨}$ ،
ل(م∪ب) = $\frac{٤}{٩}$

أوجد:

١) ل(م ∩ ب¯)   ٢) ل(ب¯)

الحل

١) ل(م ∩ ب¯) = ل(م) - ل(م ∩ ب) = $\frac{١}{٦}$ - $\frac{١}{١٨}$ = $\frac{١}{٩}$

٢) ل (م ∪ ب) = ل(م) + ل(ب) - ل(م ∩ ب)

$\frac{٤}{٩}$ = $\frac{١}{٦}$ + ل(ب) - $\frac{١}{١٨}$ ∴ ل (ب) = $\frac{٤}{٩}$ + $\frac{١}{١٨}$ - $\frac{١}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ ل (ب¯) = ١- ل (ب) = ١ - $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

مثال (٤)

إذا كان م ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة فى تجربة عشوائية ،وكان ل(م) = ٠.٢٦ ،
ل(ب) = ٠.٣٣ أوجد:

(١) ل (م/ ∪ ب/)   ٢) ل (م/ ∩ ب/)

٣) ل (م ∩ ب/)

الحل

∵ الحدثان متنافيان   ∴ ل (م ∩ ب) = صفر

ل(أ ∪ ب) = ٠.٢٦ + ٠.٣٣ = ٠.٥٩

١) ل(م/ ∪ ب/) = ١ - ل (م ∩ ب) = ١ - صفر = ١

٢) ل(أ/ ∩ ب/) = ١- ل(م∪ب) = ١ - ٠.٥٩ = ٠.٤١

٣) ل (م ∩ ب/) = ل(م) - ل (م ∩ ب) = ٠.٢٦ - صفر = ٠.٢٦

مثال (٥)

إذا كان ل(م) = ل(م/) ، ل(ب) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (م ∩ ب/) = $\frac{٥}{١٢}$

أوجد كلاً من: ل(م) ، ل(أ ∪ ب)

الحل

∵ل(م) = ١ - ل(م/) ، ل(م) = ل(م/) ∴ ل(م) = ١ - ل(م)

∴ ٢ ل(م) = ١   ∴ل(م) = $\frac{١}{٢}$

ل(م ∩ ب¯) = ل(م) - ل(م ∩ ب) = $\frac{١}{٢}$ - $\frac{٥}{١٢}$ = $\frac{١}{١٢}$

ل (م ∪ ب) = ل(م) + ل(ب) - ل(م ∩ ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ - $\frac{١}{١٢}$ = $\frac{٣}{٤}$

مثال (٦)

سحبت بطاقة واحدة عشوائياً من بين ٤٠ بطاقة مرقمة من ١إلى ٤٠ أوجد احتمال أن البطاقة المسحوبة تحمل رقماً فردياً:

أولاً :يقبل القسمة على ٥

ثانياً :يقبل القسمة على ٧

ثالثاً :يقبل القسمة على ٥ أو ٧

الحل

ن (ف) = ٤٠

أولاً : ﺃ = { ٥، ١٥، ٢٥، ٣٥} ∴ل(ﺃ) = $\frac{٤}{٤٠}$ = $\frac{١}{١٠}$

ثانياً :ب= { ٧، ٢١، ٣٥} ∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٤٠}$

ثالثا : ج = ﺃ ∪ ب = {٥، ١٥، ٢٥، ٣٥، ٧، ٢١ } ∴ل(ج) = $\frac{٦}{٤٠}$ = $\frac{٣}{٢٠}$

مثال ٧ :

من مجموعة أرقام العدد ٣٢١٠، كون عددا مكونا من رقمين مختلفين، وأحسب احتمال أن يكون الحدث عدداً زوجياً أو رقم العشرات فردى.

الحل

ف = { ١٠، ٢٠، ٣٠، ٢١، ٣١، ١٢، ٣٢، ١٣، ٢٣}

ﺃ = {١٠، ٢٠، ٣٠، ١٢، ٣٢} (العدد الزوجى)

ب = {١٠، ٣٠، ٣١، ١٢، ٣٢، ١٣}(رقم العشرات فردى)

ﺃ ∪ ب = {١٠، ١٣، ٣٠، ١٢، ٣٢، ٢٠، ٣١} ∴ل (ﺃ ∪ ب) = $\frac{٧}{٩}$

مثال ٨

ألقى حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين ولوحظ العدد على الوجه العلوى فى كل مرة .اوجد احتمال:

١) أن يكون مجموع العددين أكثر من أو يساوى ١٠

٢) أن يكون أحد العددين ٤ والمجموع أقل من ٩

٣) أن يكون مجموع العددين زوجيا.

الحل

ف = {(١،١)، (١،٢)،......، (٦،٦)} ،ن (ف) = ٣٦

١) نفرض أنﺃ هو حدث أن يكون مجموع العددين أكبر من أو يساوي ١٠

ﺃ = { (٤،٦)،(٦،٤)،(٥،٥)،(٥،٦)،(٦،٥)،(٦،٦)} ∴ل (ﺃ) = $\frac{٦}{٣٦}$ = $\frac{١}{٦}$

٢) نفرض أن ب هو حدث أحد العددين ٤ والمجموع أقل من ٩

ب = { (٤،١)،(٤،٢)،(٤،٣)،(٤،٤)،(١،٤)،(٢،٤)،(٣،٤)} ∴ل (ب) = $\frac{٧}{٣٦}$

٣) نفرض أن جـ هو حدث أن يكون مجموع العددين زوجيا. ∴ل(جـ) = $\frac{١٨}{٣٦}$ = $\frac{١}{٢}$

مثال ٩ :

حقيبة بها ٣٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٣٥ سحبت بطاقة واحدة عشوائياً من الحقيبة، احسب احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة:

١) فردياً. ٢) (2زوجياً أو يقبل القسمة على ٣

الحل

ن (ف) = ٣٥

١) أ = { ١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥، ١٧، ١٩، ٢١، ٢٣، ٢٥، ٢٧، ٢٩، ٣١، ٣٣، ٣٥ }

∴ ل (أ) = $\frac{١٨}{٣٥}$

٢) ب = {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤، ١٦، ١٨، ٢٠، ٢٢، ٢٤، ٢٦، ٢٨، ٣٠، ٣٢، ٣٤، ٣، ٩، ١٥، ٢١، ٢٧، ٣٣}

∴ ل(ب) = $\frac{٢٣}{٣٥}$

مثال ١٠ :

٣ أشخاص س، ص، ع يتنافسون فى سباق، فإذا كان احتمال فوز ص = ضعف احتمال فوز س،و احتمال فوز ع ثلاثة أمثال احتمال فوز س .وأن شخصاً واحداً سيفوز فى السباق، اوجد:

١) احتمال فوز س ٢) احتمال فوز س أو ع ٣) احتمال عدم فوز ع

الحل

نفرض احتمال فوز س = م ، احتمال فوز ص = ٢م ، احتمال فوز ع =٣م

لكن ل (س) + ل (ص) + ل (ع) = ١

∴ م + ٢ م + ٣ م = ١ ٦ م = ١ ∴ م = $\frac{١}{٦}$

∴ ل (س) = $\frac{١}{٦}$

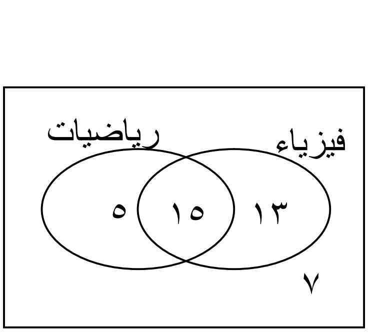
ل (س∪ع) = ل (س) + ل (ع) = $\frac{١}{٦}$ + $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{٤}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

٣) ل(ع/) = ١ - ل(ع) = ١ – ٣م = ١ - $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

مثال ١١) :) فصل دراسى به ٤٠ طالب من بينهم ٢٨ يدرسون الفيزياء و ٢٠ يدرسون الرياضيات ، ١٥ يدرسون المادتين معا . أختير طالب عشوائيا أوجد احتمال :

أ) يدرس أحد المادتين على الأقل ب) يدرس الفيزياء فقط

ج) لا يدرس أي من المادتين



الحل : ل (أحد المادتين فقط) = $\frac{١٣ + ٥}{٤٠}$ = $\frac{١٣}{٤٠}$ = $\frac{٩}{٢٠}$

ل (يدرس الفيزياء فقط)= $\frac{١٣}{٤٠}$

ل (لا يدرس أي من المادتين) = $\frac{٧}{٤٠}$

تمارين (١)

١) إذا كان أ ، ب حدثان فى فضاء العينة ف بحيث ل (أ) = $\frac{١}{٥}$ ، ل (ب) = $\frac{٣}{٥}$ ،
ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٠}$. احسب ل (أ ∪ ب) ، ل (أ′ ∩ ب) ، ل (أ′ ∪ ب) .
($\frac{٧}{١٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٩}{١٠}$)

٢) إذا كان أ ، ب حدثان فى فضاء العينة ف بحيث ل (أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$ ،
ل (أ′) = $\frac{٢}{٣}$. احسب ل (أ) ، ل (ب) ، ل (أ ∩ ب′) .
($\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{١٢}$)

٣) إذا كان أ ، ب حدثان فى فضاء العينة ف بحيث ل (أ ∪ ب) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ،
ل (أ) = $\frac{١}{٣}$. احسب ل (أ′ ∩ ب′) ، ل (أ′ ∪ ب′) ، ل (ب ∩ أ′) .
($\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{١}{٣}$)

٤) إذا كان أ ، ب حدثان فى فضاء العينة ف بحيث ل (أ) = ٠.٤ ، ل (ب) = ٠.٣ ،
ل (أ′ ∪ ب′) = ٠.٨ . احسب : أولا : احتمال وقوع أ أو ب . (٠.٥)
ثانيا : احتمال وقوع أحدهما على الأكثر (٠.٨)

٥) إذا كان أ ، ب حدثان فى ف بحيث ل (أ′) = ٠.٧ ، ل (ب) = ٠.٦ ،
ل (أ - ب) = ٠.٣ . احسب : أولا : احتمال وقوع أ و ب . (صفر)
ثانيا : احتمال وقوع أحد الحدثين فقط (٠.٩)

٦) إذا كان أ، ب حدثين فى فضاء النواتج لتجربة عشوائيةوكان احتمال وقوع الحدث أ = ٠.٧
واحتمال عدم وقوع الحدث ب = ٠.٦ واحتمال وقوعهما معا = ٠.٤ أوجد :
أولا : احتمال وقوع الحدثين معا (٠.٤)
ثانيا : احتمال وقوع أحدهما على الأقل (٠.٧)
ثالثا : احتمال وقوع أحدهما على الأكثر (٠.٦)

٧) إذا كان أ ، ب حدثين فى فضاء النواتج لتجربة عشوائيةوكان ل (أ′) = ٠.٧ ، ل(ب) = ٠.٨
ل (أ - ب) = ٠.١ أوجد :
أولا : احتمال وقوع أحدهما على الأقل (٠.٩)
ثانيا : احتمال وقوع أحدهما فقط (٠.٧)

٨) إذا كان أ ، ب حدثين فى فضاء النواتج لتجربة عشوائيةوكان ل (أ) = س ، ل(ب′) = $\frac{٣}{٤}$
، ل [ف – (أ ∪ ب)] = $\frac{٢}{٣}$ أوجد قيمة س فى الحالات الآتية :
أولا : أ ، ب متنافيان ($\frac{١}{١٢}$) ثانيا : ب ⊂ أ ($\frac{١}{٣}$)

٩) تجربة عشوائية فضاء نواتجها ف = { $و_١$ ، $و_٢$، $و_٣$ ، $و_٤$ } وكانت ل دالة احتمال بحيث
$\frac{٢}{٥}$ $\frac{١}{٥}$

ل ($و_{١}$) = ٠.١ ، ل ($و_{٢}$) = 　　　، ل ($و_{٤}$) = 　　　أوجد :

أولا : ل ($و_{٣}$)　　　　ثانيا : احتمال الحدث ٲ = { $و_{١}$ ، $و_{٣}$ }

ثالثا : احتمال الحدث ب = { $و_{١}$ ، $و_{٢}$ ، $و_{٤}$ }　　　　(٠.٣ ، ٠.٤ ، ٠.٧)

١٠) ثلاثة سباحين ٲ ، ب ، جـ فى سباق ينتهى بفوز أحدهم فقط وكان ٲ ، ب لهما نفس احتمال الفوز واحتمال فوز ٲ صعف احتمال فوز جـ . أوجد احتمال فوز ب أو جـ .　　　(٠.٦)

١١) ثلاثة خيول س ، ص ، ع فى سباق ينتهى بفوز أحدهم فقط وكان احتمال فوز س ضعف احتمال فوزص ، واحتمال فوز ص ضعف احتمال فوز ع . أوجد احتمال فوزكل منهم

($\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{١}{٧}$)

١٢) فى امتحان الإحصاء كان احتمال أن يحل الطالب (ٲ) مسألة = $\frac{٣}{٥}$ ، احتمال أن يحل الطالب (ب) نفس المسألة = $\frac{٤}{٧}$ ، و احتمال أن يحل الطالبين معا المسألة = $\frac{١}{٢}$. أوجد :

أولا : احتمال عدم حل المسألة　　　　($\frac{٢٣}{٧٠}$)

ثانيا : احتمال أن يحل الطالب (ب) المسألة فقط　　　　($\frac{١}{١٤}$)

١٣) ٤ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٤ . سحبت بطاقتان الواحدة بعد الأخرى لتكوين عدد مكون من رقمين . أوجد احتمال :

(١) رقم العشرات زوجى　(٢) رقم الآحاد زوجى　(٣) مجموع الرقمين عدداً أولياً .

فى الحالتين : أولا : مع الإحلال　　　　($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٩}{١٦}$)

ثانيا : دون إحلال

١٤) فى أحد المجتمعات كان احتمال إنجاب ولد يساوى احتمال إنجاب بنت وأختيرت أسرة عشوائيافكان لديها ٣ أطفال . أكتب فضاء نواتج العينةثم أوجد احتمال :

أ) بين الأطفال بنت فقط　　　ب) الطفل الأكبر ولد　　　($\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٢}$)

١٥) فصل دراسى به ٤٠ طالب نصفهم أولاد ، ربع عدد الأولاد يلبسون نظارات، ونصف عدد البنات يلبسون نظارات. أختير أحد الطلاب عشوائيا أوجد :

أ) احتمال أن يكون ولد يلبس نظارة　ب) احتمال أن يكون بنت أو يلبس نظارة　($\frac{١}{٨}$ ، $\frac{٥}{٨}$)

١٦) فصل دراسى به ٥٠ طالب من بينهم ٣٠ يدرسون الفيزياء و ٢٠ يدرسون الرياضيات ، ١٥ يدرسون المادتين معا . أختير طالب عشوائيا أوجد احتمال :

أ) يدرس أحد المادتين على الأقل　　ب) يدرس الفيزياء فقط　　($\frac{٧}{١٠}$ ، $\frac{٣}{١٠}$)

١٧) تجربة عشوائية عدد عناصر فضاء النواتج = ٢٤ والعناصر متساوية الإمكانات فإذا كان ٲ ، ب حدثان فى ف حيث ن(ٲ) = ١٣ ، ل (ب) = $\frac{٥}{١٢}$ ، ل (ٲ ∪ ب) = $\frac{٥}{٦}$

أوجد احتمال وقوع ٲ و ب معاً ، أوجد احتمال وقوع ٲ أو عدم وقوع ب　($\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١٧}{٢٤}$)

١٨) إدارة إحدى الشركات تضم ٣٠ موظفا كما بالجدول . أختير أحد الموظفين عشوائيا أوجد احتمال :

المؤهل⇐ النوع ↓	مؤهل متوسط	مؤهل عال	مجموع
ذكر	٩	٣	١٢
أنثى	١٢	٦	١٨
مجموع	٢١	٩	٣٠

ا) الموظف ذكر ($\frac{٢}{٥}$)
ب) مؤهل عال ($\frac{٣}{١٠}$)
ج) أنثى مؤهل متوسط ($\frac{٢}{٥}$)
د) ذكر أو مؤهل عال ($\frac{٣}{٥}$)

١٩) من مجموعة الارقام { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } كُوِنَ عدد مكون من رقمين مختلفين احسب احتمال العدد زوجى أو رقم العشرات فردى ($\frac{٧}{٩}$)

٢٠) حقيبة نها ٢٥ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ٢٥ سحبت بطاقة واحدة هشوائيا من الحقيبة . ما احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة :
أ) فردياً ب) فردياً أو يقبل القسمة على ٣ ($\frac{١٣}{٢٥}$ ، $\frac{١٧}{٢٥}$)

٢١) يصوب جنديان فى وقت واحد نحو هدف ما فإذا كان احتمال أن يصيب الجندى الأول الهدف هو $\frac{١}{٢}$ ،واحتمال أن يصيب الجندى الثانى نفس الهدف هو $\frac{٢}{٣}$ واحتمال أن يصيب الجنديان نفس الهدف معاً هو $\frac{١}{٣}$ أوجد احتمال :
أ) إصابة الهدف ب) إصابة الهدف من الجندى الأول فقط ($\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{١}{٦}$)

المتغير العشوائى

*** تعريف :المتغير العشوائى**

إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ح مجموعة الأعداد الحقيقية فإن أي دالة **س**:ف ⟵ ح تسمى متغيراً عشوائياً معرفاً على ف. وبتعريف آخر :

هو دالة تحدد لكل عنصر من عناصر فضاء العينةف عددا حقيقيا يتحدد من تعريف المتغير العشوائى

مدى المتغير العشوائي

هو مجموعة قيم نواتج ف بواسطة **س** وهي مجموعة جزئية من ح

*** أنواع المتغير العشوائى**

١) متقطع (وثاب): مداه مجموعة منتهية منفصلة (محدودة أو قابلة للحصر) جزئية من ح

٢) متصل: مداه فترة من الأعداد الحقيقية غير قابلة للحصر(فترة مغلقة أو مفتوحة)

التوزيعات الاحتمالية

التوزيع الاحتمالي : (للمتغير العشوائى المتقطع)

هو تحديد الاحتمالات المناظرة لقيم المتغير العشوائى

إذا كان **س** متغيراً عشوائياً مداه المجموعة = {س$_١$، س$_٢$،......، س$_ن$} فإن الدالة د حيث د(س$_ر$)= ل(**س** = س$_ر$) لكل ر = ١ ، ٢ ،.....،ن تحدد ما يسمى بالتوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع **س** والذي يعبر عنه بمجموعة الأزواج المرتبة المحددة لبيان الدالة د .

ويمكن كتابة التوزيع الاحتمالى على الصورة

س$_ر$	س$_١$	س$_٢$	....	س $_ن$
د (س $_ر$)	د (س $_١$)	د (س $_٢$)		د (س $_ن$)

مع ملاحظة أن

١) د (س$_ر$) ∋ [٠ ، ١] . لجميع قيم ر = ١، ٢، .....، ن

٢) د (س $_١$) + د (س $_٢$) + ...+ د (س $_ن$) = ١

الوسط الحسابي (التوقع) - التباين- الانحراف المعياري – معامل الاختلاف

*** قوانين هامة**

اذا كان **س** متغيراً عشوائيَّ متقطعاً يأخذ القيم س$_١$،س$_٢$،......س$_ن$ باحتمالات د(س$_١$)،د(س$_٢$)،....د(س$_ن$) على الترتيب فإن

١) التوقع (الوسط الحسابى) أو المتوسط :

هو القيمة التى تتمركز حولها معظم قيم المتغير العشوائى

التوقع (الوسط الحسابى) = **μ** = **مجـــ س $_ر$ × د (س $_ر$)**

٢) التباين: يبين انتشار قيم المتغير العشوائى حول متوسطه

التباين= σ^2 = **مجـــ س$^2_ر$ × د (س ر) – μ^2**

٣) الانحراف المعيارى = σ = $\sqrt{\sigma^2}$ (هو أحد مقاييس التشتت حول المتوسط)

٤) **معامل الاختلاف** = $\frac{\text{الانحراف المعيارى}}{\text{الوسط الحسابى}}$ × ١٠٠ = $\frac{\sigma}{\mu}$ × ١٠٠

أمثلة متنوعة

مثال ١ :

إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالى يحدد بالدالة د (س) = $\frac{\text{ك} + \text{س}}{١٧}$
حيث :س = - ١ ، ١ ، ٣ ، ٦ أوجد: ١) قيمة ك ٢) التوزيع الاحتمالى.
٣) الوسط الحسابى والانحراف المعيارى ومعامل الاختلاف.

الحل : **د(- ١)** = $\frac{\text{ك} - ١}{١٧}$ ، د(١) = $\frac{\text{ك} + ١}{١٧}$ ، د (٣) = $\frac{\text{ك} + ٣}{١٧}$ ، د(٦) = $\frac{\text{ك} +٦}{١٧}$

لكن د(- ١) + د(١) + د(٣)+ د(٦) = ١ ∴ $\frac{\text{ك} - ١}{١٧}$ + $\frac{\text{ك} + ١}{١٧}$ + $\frac{\text{ك} + ٣}{١٧}$ + $\frac{\text{ك} +٦}{١٧}$ = ١

∴ $\frac{٤\text{ك} + ٩}{١٧}$ = ١ ∴ ٤ ك + ٩ = ١٧ ٣ ك = ٨ ∴ ك = ٢

س	- ١	١	٣	٦
د(س)	$\frac{١}{١٧}$	$\frac{٣}{١٧}$	$\frac{٥}{١٧}$	$\frac{٨}{١٧}$

س$_ر$	د(س$_ر$)	س$_ر$× د(س$_ر$)	س$_ر^2$× د(س$_ر$)
- ١	١٧/١	١٧/١-	١٧/١
١	١٧/٣	١٧/٣	١٧/٩
٣	١٧/٥	١٧/١٥	١٧/٤٥
٦	١٧/٨	١٧/٤٨	١٧/٢٨٨
المجموع	١	١٧/٦٥	١٧/٣٣٧

∴ **μ** = مجـ س$_ر$× د(س$_ر$) = $\frac{٦٥}{١٧}$ ،

التباين = σ^2 = مجـ س$_ر^2$× د(س$_ر$) – μ^2 = $\frac{٣٣٧}{١٧}$ - ($\frac{٦٥}{١٧}$)^2 = ٥.٢

∴ σ = $\sqrt{\sigma^2}$ = $\sqrt{٥.٢}$ = ٢.٢٨

معامل الاختلاف = $\frac{\sigma}{\mu}$ × ١٠٠ = (٢.٢٨ ÷ $\frac{٦٥}{١٧}$) × ١٠٠ = ٥٩.٩٦٣%

مثال ٢ :

فى تجربة إلقاء قطعة عملة معدنية ٣ مرات وملاحظة الوجه الظاهر، إذا كان المتغير العشوائى يعبر عن" عدد الصور

"أوجد: ١) مدى المتغير العشوائى. ٢) التوزيع الاحتمالى

الحدث	عدد الصور
(ص،ص،ص)	٣
(ص،ص، ك)	٢
(ص،ك، ص)	٢
(ص،ك، ك)	١
(ك،ص، ص)	٢
(ك،ص، ك)	١
(ك،ك، ص)	١
(ك،ك ، ك)	صفر

الحل

المدى = { صفر، ١، ٢، ٣ }

التوزيع الاحتمالى :

$س_ر$	٠	١	٢	٣
د($س_ر$)	٨/١	٨/٣	٨/٣	٨/١

مثال (٣)

إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالى معرفا كالآتى:

$س_ر$	٢	٣
د($س_ر$)	٢	ب

إذا كان **μ** = ٢.٦ . أوجد قيمة كلاً من ٢، ب

الحل : ٢ + ب = ١ (١)

μ = مجـ $س_ر$ × د($س_ر$) = ٢.٦

∴ ٢ ٢ + ٣ ب = ٢.٦ (٢)

من (١) ب = ١ – ٢ (٣) بالتعويض من (٣) فى (٢)

٢٢ + ٣ (١ - ٢) = ٢.٦ ∴ ٢٢ + ٣ - ٣٢ = ٢.٦ ∴٢ = ٠.٤

بالتعويض فى (٣) ب = ١ – ٠.٤ = ٠.٦

مثال ٤ : صندوقان بكل منهما ثلاث كرات مرقمة من ١ إلى ٣، سحبت كرة عشوائياً من كل صندوق ، وعرف المتغير العشوائى بأنه حاصل ضرب العددين الموجودين على الكرتين المسحوبتين .أوجد التوزيع الاحتمالى والتوقع للمتغير العشوائى.

الحل :

×	١	٢	٣
١	١	٢	٣
٢	٢	٤	٦
٣	٣	٦	٩

المدى = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٩ }

التوزيع الاحتمالى :

$س_ر$	١	٢	٣	٤	٦	٩	المجموع
د($س_ر$)	٩/١	٩/٢	٩/٢	٩/١	٩/٢	٩/١	١

μ = مجـ $س_ر$ × د($س_ر$) = $١ \times \frac{١}{٩} + ٢ \times \frac{٢}{٩} + ٣ \times \frac{٢}{٩} + ٤ \times \frac{١}{٩} + ٦ \times \frac{٢}{٩} + ٩ \times \frac{١}{٩} = ٤$

مثال (٥) : إذا كان معامل الاختلاف لمتغير ما ٨ % وكان الوسط الحسابى له يساوى ٧٥ أوجد : انحرافه المعيارى وكذلك تباينه.

الحل : معامل الاختلاف = $\frac{\sigma}{\mu}$ × ١٠٠% ∴ $\frac{\sigma}{٧٥}$ × ١٠٠% = ٨%

∴ ١٠٠ σ = ٦٠٠ ∴ σ = ٦ ∴ التباين = $\sigma^٢$ = ٣٦

مثال ٦ متغير عشوائى وسطه الحسابى ١٢٥، تباينه ٢٥. أوجد معامل الاختلاف.

الحل : ∵ $\sigma^٢$ = ٢٥ ∴ σ = ٥

معامل الاختلاف = $\frac{\sigma}{\mu}$ ×١٠٠% = $\frac{٥}{١٢٥}$ × ١٠٠% = ٤ %

مثال (٧) :

إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه = {١، ٢، ٣، ٤} وكان :

ل(س = ١) = ٠.٣ ، ل(س = ٣) = ٠.٤ ، ل(س = ٤) = ٠.١ أوجد التوزيع الاحتمالى ثم أحسب الوسط الحسابى والتباين والانحراف المعيارى.

الحل :

ل(س = ١)+ ل(س = ٢)+ ل(س = ٣) + ل(س = ٤) = ١

∴ ٠.٣ + ل(س = ٢)+٠.٤+ ٠.١ = ١ ∴ ل(س = ٢) = ١ – ٠.٨ = ٠.٢

سر	١	٢	٣	٤	المجموع
د(سر)	٠.٣	٠.٢	٠.٤	٠.١	١

التوقع = **μ** = مجـ سر× د(سر) = ١ × ٠.٣ + ٢ × ٠.٢ + ٣ × ٠.٤ + ٤ × ٠.١ = ٢.٣

التباين = $\sigma^٢$ = مجـ سر^٢× د(سر) – **$\mu^٢$** =

=$١^٢$ × ٠.٣ + $٢^٢$ × ٠.٢ + $٣^٢$ × ٠.٤ + $٤^٢$ × ٠.١ – $(٢.٣)^٢$ = ١.٠١

∴ الانحراف المعيارى = σ = ١.٠٠٥

معامل الاختلاف = $\frac{\sigma}{\mu}$ × ١٠٠% = $\frac{١.٠٠٥}{٢.٣}$ × ١٠٠% = ٤٣.٧%

تمارين(٢)

١) ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وعرف المتغير العشوائى س على أنه عدد مرات ظهور الصورة . صف المتغير العشوائى وأكتب مداه والتوزيع الاحتمالى ثم احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى (١ ، ٠.٧)

٢) خمسة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٥ سحبت بطاقتان الواحدة بعد الأخرى بدون إحلال ز وعرف المتغير العشوائى س على أنه الفرق المطلق بين الرقمين . أوجد معامل الاختلاف للمتغير العشوائى س . (٥٠%)

٣) يلقى لاعب حجر نرد منتظم إذا ظهر عدد أولى فإنه يكسب مثل هذا العدد من النقط ، وإذا ظهر عدد غير أولى فإنه يخسر مثل هذا العدد من النقط . أوجد التوقع ، وهل فرصة المكسب أكبر من فرصة الخسارة فى هذه اللعبة ؟ (- $\frac{١}{٦}$ ، لا)

٤) خمسة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٥ سحبت بطاقتان الواحدة بعد الأخرى بدون إحلال وعرف المتغير العشوائى س على أنه مجموع الرقمين على البطاقتين . أوجد التوزيع الاحتمالى والانحراف المعيارى للمتغير العشوائى س . (٦ ، ١.٣٧)

٥) صندوقين بكل منهما ٣ كرات مرقمة بالأعداد ١ ، ٢ ، ٣ سحبت كرة من كل صندوق وعرف المتغير العشوائى س على أنه حاصل ضرب العددين على الكرتين أوجد الانحراف المعيارى(٢.٤)

٦) حجر نرد منتظم فيه ٣ أوجه عليها نقطة واحدة ووجهان عليها نقطتين ووجه واحد عليه ثلاث نقط . ألقى حجر النرد مرتين متتاليتين وعرف المتغير العشوائى س على أنه مجموع لنقط على الوجهين. احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى ($\frac{١٠}{٣}$ ، ١.٠٥)

٧) س متغير عشوائى متقطع مداه { ١ ، ٢ ، ٣ } أثبت أن الدالة د حيث د(س) = $\frac{س}{٦}$ هى دالة توزيع احتمالى للمتغير العشوائى س ثم أوجد :
أ) ل (س > ١) ب) الانحراف المعيارى ($\frac{٥}{٦}$ ، ٠.٧٦)

٨) س متغير عشوائى متقطع مداه { ١ ، ٢ ، ٣ ،٤} و توزيعه الاحتمالى بالدالة د(س) = $\frac{م+س}{٢٦}$ فاوجد قيمة م ثم احسب المتوسط والانحراف المعيارى (٤ ، ٢.٦٩ ، ١.١)

٩) س متغير عشوائى متقطع مداه { - ٢ ، - ١ ، ٧} و توزيعه الاحتمالى بالدالة د حيث :
د (- ١) = ٢ د (٧) = $\frac{١}{٣}$
اكتب التوزيع الاحتمالى ثم احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى ($\frac{-١}{٦}$ ، ٢.٣)

١٠) س متغير عشوائى متقطع مداه { ٢ ، ٥} ومتوسطه μ = ٣ . أوجد التوزيع الاحتمالى واحسب الانحراف المعيارى (١.٤)

١١) س متغير عشوائى متقطع توزيعه الاحتمالى :
أوجد قيمة م (٠.٢٥)
احسب المتوسط والتباين (٠.٦٢٥ ، ٣.٥)

$س_ر$	- ٣	- ٢	١	٢
د($س_ر$)	١/٨	١/٨	م	١/٢

١٢) س متغير عشوائى متقطع متوسطه μ = ١.٥ توزيعه الاحتمالى كما بالجدول الآتى:
أوجد قيمة كل من ك ، م ثم اوجد الانحراف المعيارى

$س_ر$	- ٢	١	ك	٤
د($س_ر$)	م	٢ م	٠.٥	م

(٢ ، ١/٨ ، ٠.٥ ٢)

١٣) س متغير عشوائى متقطع توزيعه الاحتمالى كما بالجدول الآتى:
أوجد قيمة ك ثم احسب المتوسط و الانحراف المعيارى

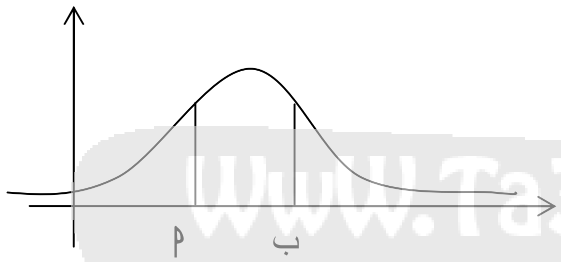
$س_ر$	٠	١	٢	٣
د($س_ر$)	ك	$ك^٢$	ك/٤	ك/٤

($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ، ١.٠٥٣)

*التوزيعات الاحتمالية المتصلة (دالة الكثافة)

إذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً يكون مداه فترة مفتوحة أو مغلقة من الاعداد الحقيقة

حساب الاحتمال يتم بطريقة مختلفة وذلك بتعرف دالة الكثافة د :



دالة الكثافة : تسمى دالة كثافة إذا كان

∀ ﻡ ، ب ∋ لمدى س حيث ﻡ ⩽ ب فإن

ل (ﻡ ⩽ س ⩽ ب) = مساحة المنطقة الواقعة تحت منحنى هذه الدالة و فوق محور السينات في الفترة من ﻡ إلى ب.

خواص دالة الكثافة

١) منحنى الدالة يقع بكامله أعلى محور السينات

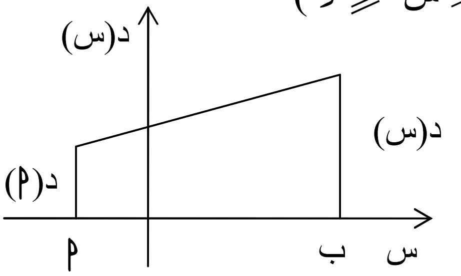
٢) ل (س = ﻡ) = صفر

٣) إذا كان مدى المتغير العشوائى هو [م ، ن] فإن ل (م⩽ س ⩽ ن) = ١

المساحة تحت المنحنى وفوق محور السينات بين س= م، س = ن هى الواحد الصحيح .

٤) ل (جـ ⩽ س ⩽ ء) = ل (جـ < س ⩽ ء) = ل (جـ < س ⩽ ء)

= ل (جـ < س < ء)



٥) فى الشكل المقابل :

ل (ﻡ ⩽ س ⩽ ب) = $\frac{1}{2}$(د (ﻡ) + د (ب)) × (ب ـ ﻡ)

تذكر أن

١) مساحة المثلث = (القاعدة × الارتفاع) ÷ ٢

٢) مساحة المستطيل = حاصل ضرب بعديه (الطول × العرض)

٣) مساحة شبه المنحرف = مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع ÷ **٢**

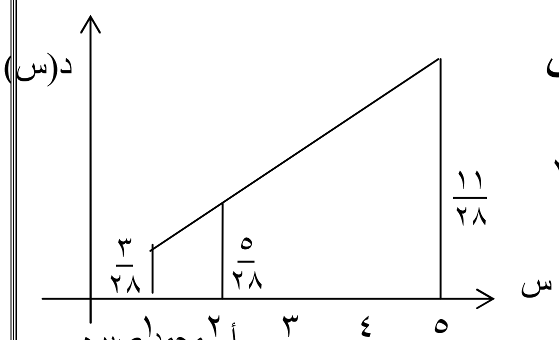
مثال (١) .

إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متصلاً، و دالة كثافة الاحتمال له هى:

د (س) = $\begin{cases} \frac{٢ س + ١}{٢٨} & \text{عندما } ١ < س < ٥ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$

١) أثبت أن د(**س**) دالة كثافة الاحتمال للمتغير العشوائى **س**

٢) أوجد ل (**س**< ٢).



الحل : د (١) = $\frac{٣}{٢٨}$ ، د (٥) = $\frac{١١}{٢٨}$ ، د (٢) = $\frac{٥}{٢٨}$

المساحة الكلية = ل (١ < س < ٥) =

= $\frac{١}{٢}$ [د (١) + د (٥)](٥ – ١)

= $\frac{١}{٢}$ ($\frac{٣}{٢٨}$ + $\frac{١١}{٢٨}$) ×٤ = ٢ × $\frac{١٤}{٢٨}$ = ١

∵ المنحنى يقع بكامله أعلى محور السينات ∴ د (س) دالة الكثافة للمتغير العشوائى **س**

ل (س < ٢) = ل (١ < س < ٢) = $\frac{١}{٢}$ [د (١) + د (٢)](٢ – ١)

= $\frac{١}{٢}$ ($\frac{٣}{٢٨}$ + $\frac{٥}{٢٨}$) ×١ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٨}{٢٨}$ = $\frac{١}{٧}$

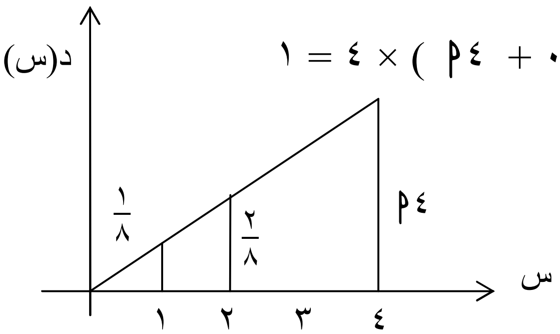
مثال ٢ :

إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هى:

د (س) = { ٩ س عندما ٠ < س < ٤ ؛ صفر فيما عدا ذلك }

أوجد: ١) قيمة ٩ ، ٢) ل (١< س < ٢)

الحل : د(صفر) = صفر ، د(٤) = ٤ ٩



المساحة الكلية = $\frac{١}{٢}$ [د(٠) + د(٤)] × (٤ – ٠) = $\frac{١}{٢}$ (٠ + ٤ ٩) × ٤ = ١

∴ ٨ ٩ = ١ ∴ ٩ = $\frac{١}{٨}$

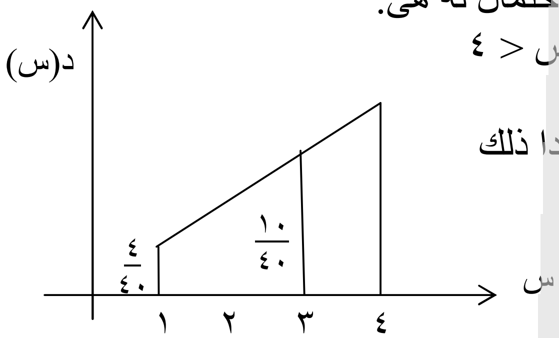
د(١) = ٩ = $\frac{١}{٨}$ ، د(٢) = ٢ ٩ = $\frac{٢}{٨}$

٢) ل (١< س < ٢) = $\frac{١}{٢}$ [د(١) + د(٢)] × (٢ – ١)

= $\frac{١}{٢}$ ($\frac{١}{٨}$ + $\frac{٢}{٨}$) × ١ = $\frac{٣}{١٦}$

مثال ٣ : إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متصلا دالة كثافة الاحتمال له هى:

د (س) = { $\frac{٣س + ١}{٤٠}$ عندما ١ < س < ٤ ؛ صفر فيما عدا ذلك }



أوجد ل **(١< س< ٣)**.

الحل :

د (١) = ، د (٣) =

ل (١ < س < ٣) = $\frac{١}{٢}$ [د (١) + د (٣)](٣ – ١)

= $\frac{١}{٢}$ ($\frac{٤}{٤٠}$ + $\frac{١٠}{٤٠}$) ×٢ = $\frac{١٤}{٤٠}$ = $\frac{٧}{٢٠}$

تمارين (٣)على دالة الكثافة

١) إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هى:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{٢س + ١}{١٢} & \text{عندما } ٠ \leqslant س \leqslant ٣ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

١) أثبت أن د هى دالة كثافة احتمال المتغير س

٢) أوجد كل من ل (١< س < ٣) ، ل (س > ٢)		($\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{١}{٢}$)

٢) إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هى:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٨}(١ + س) & \text{عندما } ٢ \leqslant س \leqslant ٤ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

١) حقق أن ل (٢⩽ س ⩽ ٤) = ١

٢) أوجد ل (٢⩽ س ⩽ ٣)		($\frac{٧}{١٦}$)

٣) إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هى:

$$د(س) = \begin{cases} ٤/١ & \text{عندما } ٠ \leqslant س \leqslant ١ \\ \frac{١}{٨}(س + ١) & \text{عندما } ١ < س \leqslant ٣ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

١) أثبت أن د هى دالة كثافة احتمال المتغير س

٢) أوجد كل من ل (- ٤< س < ٢) ، ل (س > ٢)		($\frac{٩}{١٦}$ ، $\frac{٧}{١٦}$)

٤) إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هى:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{٢س + ك}{٣٦} & \text{عندما } -١ \leqslant س \leqslant ٥ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

١) أوجد قيمة ك

٢) أوجد ل (| س | < ٢)		(٢ ، $\frac{١}{٤}$)

٥) إذا كان **س** متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هى:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{س + ٣}{١٠} & \text{عندما } ١ \leqslant س \leqslant ك \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

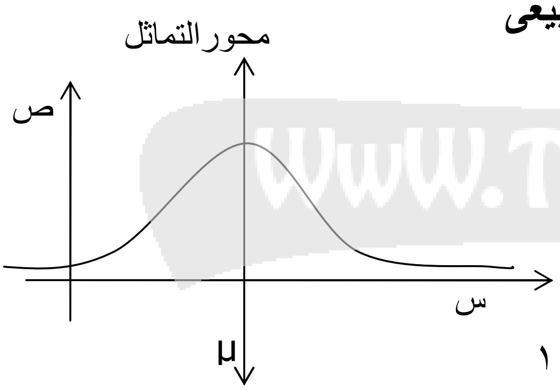
١) أوجد قيمة ك		٢) ل (٢ ⩽ س ⩽ ٥)

٣) أوجد ل (س = ٢)		(٣ ، $\frac{١١}{٢٠}$ ، صفر)

المتغير العشوائى الطبيعى

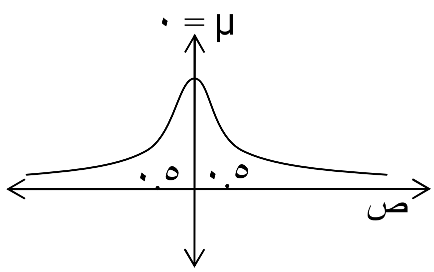
هو متغير عشوائى متصل مداه = ح ودالة كثافة احتماله تمثل بالمنحنى الطبيعى (منحنى الجرس أو منحنى كارل جاوس).

خواص المنحنى الطبيعى



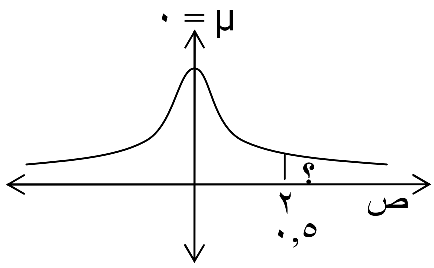
يقال لمتغير عشوائى أنه يتبع توزيعا طبيعيا إذا كان :

١) المتغير متصل ومداه] - ∞ ، ∞ [
٢) منحنى دالة الكثافة له يأخذ شكل الجرس
٣) المنحنى متماثل حول المستقيم س = μ
٤) يتحكم فى شكل المنحنى قيمتين فقط هما التوقع μ و الانحراف المعيارى σ ويتغيران من سؤال لآخر
٥) المساحة الكلية أسفل المنحنى وفوق محور السينات = ١



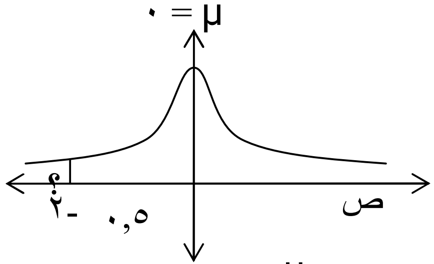
منحنى التوزيع الطبيعى المعيارى ص :

١) المدى] - ∞ ، ∞ [
٢) متوسطه μ = صفر وانحرافة المعيارى σ = ١
٣) المساحة الكلية أسفل المنحنى وأعلى محور السينات = ١
٤) المحور الرأسى μ = ٠ يقسم المساحة تحت المنحنى الى نصفين متماثلين مساحة كل منها = ٠.٥
٥) تم إعداد جدول يعطى المساحة المساوية للاحتمال ل (٠ < ص < أ)
٦) ل (- أ < ص < ٠) = ل (٠ < ص < أ) ويستخدم الجدول مباشرةً

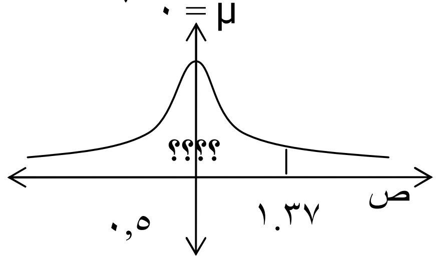


أمثلة :المجموعة الاولى :

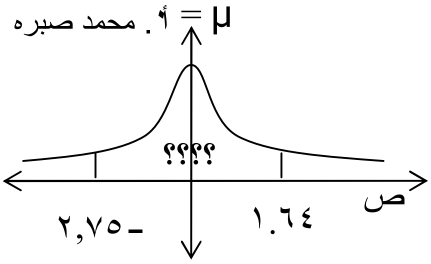
١) ل (ص > ٢) = ٠.٥ - ل (٠ < ص < ٢)
= ٠.٥ – ٠.٤٧٧٢ = ٠.٠٢٢٨



٢) ل (ص < - ٢) = ٠.٥ - ل (٠ < ص < ٢)
= ٠.٥ – ٠.٤٧٧٢ = ٠.٠٢٢٨



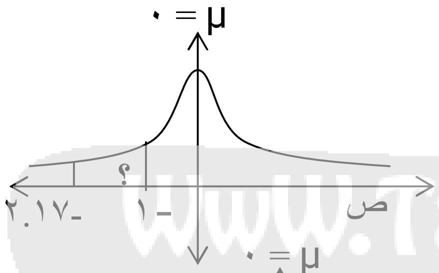
٣) ل(**ص** < ١.٣٧) = ٠.٥ + ل (٠ < ص < ١.٣٧)
= ٠.٥ + ٠.٤١٤٧ = ٠.٩١٤٧



٤) ل(-٢.٧٥< ص< ١.٦٤)=

= ل (٠ < ص < ١.٦٤) + ل (٠ < ص < ٢.٧٥)

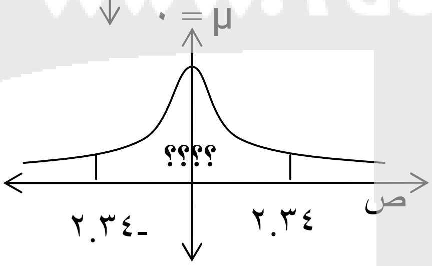
= ٠.٤٤٩٥ + ٠.٤٩٧٠ = ٠.٩٤٦٥



٥) ل(-٢.١٧< ص< - ١)=

= ل (٠ < ص < ٢.١٧) - ل (٠ < ص < ١)

= ٠.٤٨٥٠ – ٠.٣٤١٣ = ٠.١٤٣٧



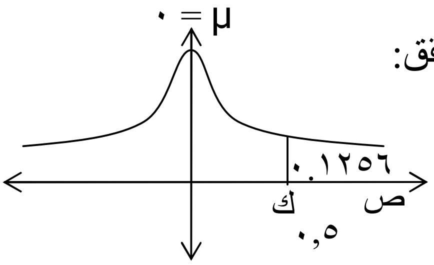
٦) ل(-٢.٣٤ ≤ **ص**≤ ٢.٣٤)

= ٢ل(٠ ≤ **ص** ≤ ٢.٣٤) = ٢× ٠.٤٩٠٤

= ٠.٩٨٠٨

المجموعة الثانية :

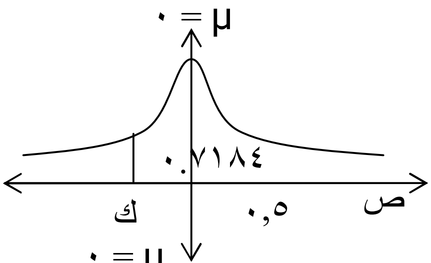
إذا كان **ص** متغير عشوائياً طبيعيا معياريا، فأوجد قيمة ك التى تحقق:



١- ل(**ص** ≥ ك) = ٠.١٢٥٦

ل (٠ < ص < ك) = ٠.٥ - ٠.١٢٥٦ = ٠.٣٧٤٤

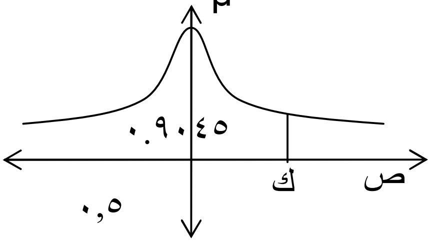
∴ ك = ١.١٥



٢- ل(**ص** > ك) = ٠.٧١٨٤

ل (٠ < ص < ك) = ٠.٧١٨٤ - ٠.٥ = ٠.٢١٨٤

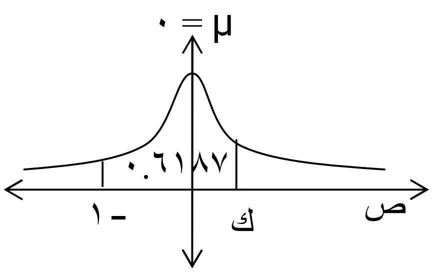
ك = - ٠.٥٨



٣) ل (ص < ك) = ٠.٩٠٤٥

ل(٠ < **ص**< ك) = ٠.٩٠٤٥ - ٠.٥ = ٠.٤٠٤٥

ك = ١.٣١



٤- ل(-١ < **ص**< ك) = ٠.٦١٨٧

=ل(٠ < **ص** < ك) + ل (٠ < ص < ١) = **٠.٦١٨٧**

∴ ل(٠ < **ص** < ك) + ٠.٣٤١٣ = **٠.٦١٨٧**

∴ ل(٠ < **ص** < ك) = ٠.٦١٨٧ - ٠.٣٤١٣

∴ ك = ٠.٧٦

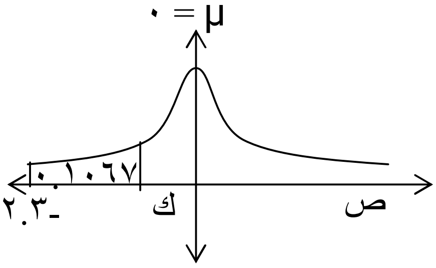
٥) ل(- ٢.٣ < **ص** < ك) = ٠.١٠٦٧

ل (٠ < **ص** < ك) + ٠.١٠٦٧ = ل (٠ < **ص** < ٢.٣)

∴ ل (٠ < **ص** < ك) = ل(صفر< **ص** < ٢.٣) – ٠.١٠٦٧

ل(٠< **ص** < ك) = ٠.٤٨٩٣ - ٠.١٠٦٧ = = ٠.٣٨٢٦

∴ك = ١.١٩ ∴ك = -١.١٩



تمارين (٤)

أولا) إذا كان ص متغير عشوائى طبيعى معيارى أوجد قيمة كل من :

١) ل (٠ ⩽ ص ⩽ ٠.٧٣) ٢) ل (-٢ ⩽ ص ⩽ ٠)

٣) ل (٠ ⩽ ص ⩽ ١.٢٧٧) ٤) ل (ص > ١,٠٧)

٥) ل (-٠.٧ ⩽ ص ⩽ ٢.٢٥) ٦) ل (ص > - ١,٤٣)

٧) ل (-٠.٣٢ ⩽ ص ⩽ ٠.٧٥) ٨) ل (-٢ ⩽ ص ⩽ -١.٥)

٩) ل (٠.٥ ⩽ ص ⩽ ١.٥) ١٠) ل (-٢ ⩽ ص ⩽ ٢)

ثانيا) أوجد قيمة ك التى تحقق فى كل من الحالات الآتية :

١) ل (٠ < ص < ك) = ٠.٤٦٧٨ ٢) ل (ك < ص < ٠) = ٠.٣٩٤٤

٣) ل (ص > ك) = ٠.٨٣١٥ ٤) ل (ص > ك) = ٠.٣٠١٥

٥) ل (ص < ك) = ٠.٨٢٣٨ ٦) ل (ص < ك) = ٠.٣٩٣٦

٧) ل (-١.٦⩽ ص ⩽ ك) = ٠.٨٤١٤ ٨) ل (-٢.٦ ⩽ ص ⩽ ك) =٠.١٤٤٥

٩) ل (- ك ⩽ ص ⩽ ك) = ٠.٩١٠٨ ١٠) ل (ص > ك) = ٠.٥

حساب الاحتمالات للمتغير الطبيعى غير المعيارى
(غير القياسى): (س)

يلزم التحويل للمتغير الطبيعى المعيارى(س) باستخدام القاعدة:

$$\text{ص} = \frac{\text{س} - \mu}{\sigma}$$

ويكون ل (ﻡ < س < ب) = ل ($\frac{\text{ﻡ} - \mu}{\sigma}$ < ص < $\frac{\text{ب} - \mu}{\sigma}$)

س = القيمة الحقيقية (غير المعيارية) ، ص = القيمة المعيارية

، μ الوسط الحسابى (التوقع) ، σ = الانحراف المعيارى

المجموعة الثالثة

١- إذا كان **س** متغيراً عشوائياًّ طبيعياً متوسطه ٠.٣٥ وتباينه ٠.٢٥ أوجد:

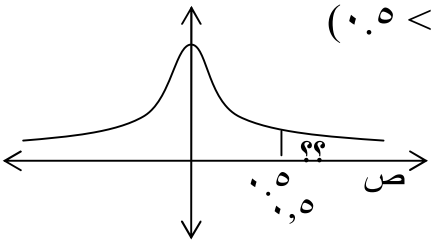
أ) ل (س > ٠.٦)   ب) ل (-٠.٣٥ < س < ٠.٩٥)

الحل

أ- ل (**س** > ٠.٦) = ل (ص > $\frac{0.6 - 0.35}{0.5}$) = ل (ص > ٠.٥)

= ٠.٥ – ل (٠ < ص < ٠.٥)

= ٠.٥ – ٠.١٩١٥ = ٠.٣٠٨٥



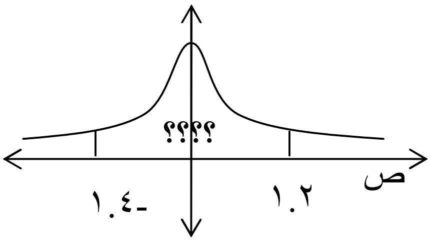
ب- ل(-٠.٣٥ < **س** < ٠.٩٥)

= ل ($\frac{-0.35 - 0.35}{0.5}$ < ص < $\frac{0.95 - 0.35}{0.5}$)

= ل (-١.٤ < ص < ١.٢)

= ل (٠ < ص < ١.٢) + ل (٠ < ص < ١.٤)

= ٠.٣٨٤٩ + ٠.٤١٩٢ = ٠.٨٠٤١



٢-إذا كان **س** متغيراً عشوائياًّ طبيعياً متوسطه = ١٧ وانحرافه المعيارى ٤ أوجد قيمة ك بحيث : ا) ل (س < ك) = ٠.٩١١٥   ب) ل (س > ك) = ٠.٣٠١٥

الحل

ل (س < ك) =ل (ص < $\frac{\text{ك} - 17}{4}$) = ٠.٩١١٥   افرض أن ي = $\frac{\text{ك} - 17}{4}$

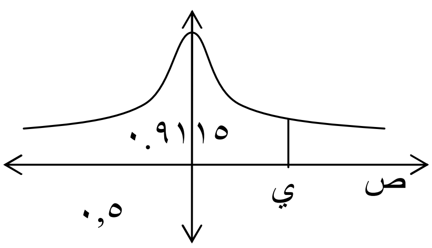
ل (ص < ي) = ٠.٩١١٥

ل (٠ < ص < ي) = ٠.٩١١٥ – ٠.٥ = ٠.٤١١٥

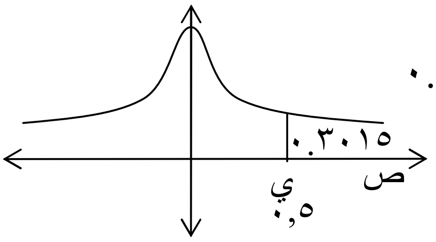
من الجدول ي = ١.٣٥

∴ ١.٣٥ = $\frac{\text{ك} - 17}{4}$

∴ك – ١٧ = ٥.٤   ∴ ك = ٥.٤ + ١٧ = ٢٢.٤



ب) ل (س > ك) = ٠.٣٠١٥ = ل (ص > (ك – ١٧) / ٤) = ٠.٣٠١٥



نفرض أن ي = (ك – ١٧) / ٤ ∴ ل (ص > ي) = ٠.٣٠١٥

ل (٠ < ص < ي) = ٠.٥- ٠.٣٠١٥= ٠.١٩٨٥

∴ ي = ٠.٥٢ (من الجدول)

∴ ٠.٥٢ = (ك – ١٧) / ٤

ك – ١٧ = ٢.٠٨ ∴ **ك** = ١٩.٠٨

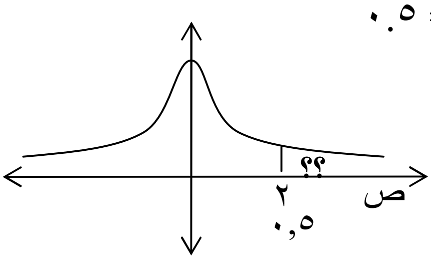
٣- أوجد قيمة كلاً من

أ- ل(**س**> μ). ب- ل(**س** > μ + ٢σ)

ج) ل (μ- ٣σ < س < μ + σ)

الحل

أ- ل (**س** > μ) = ل(ص > (μ – μ) / σ) = ل (ص > ٠) = ٠.٥

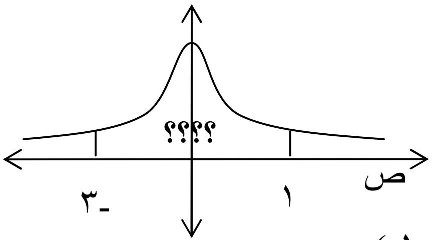


ب- ل(**س** > μ + ٢ σ) = ل(ص > (μ+ ٢σ – μ) / σ)

= ل (ص > ٢) = ٠.٥ – ل (٠ < ص < ٢)

= ٠.٥ - ٠.٤٧٧٢ = ٠.٠٢٢٨

ج) ل (μ- ٣σ < س < μ + σ)



= ل ((μ- ٣σ – μ) / σ < ص < (μ + σ – μ) / σ)

= ل (-٣ < **ص**< ١) = ل (٠ < ص < ٣) + ل (٠ < ص < ١)

= ٠.٤٩٨٧ + ٠.٣٤١٣ = ٠.٨٤٠٠

٤- إذا كان ارتفاع مياه الأمطار خلال شهر ما يتبع توزيع طبيعى وسطه الحسابى μ = ٥ سم، تباينه = ٩سم^{٢}. أوجد احتمال أن يكون ارتفاع الأمطار فى مثل هذا الشهر فى العام التالى :

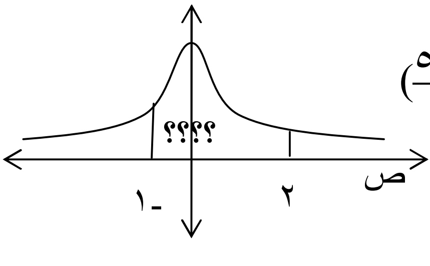
أ- أكبر من ٨ سم. ب- بين ٢سم، ١١سم.

الحل μ = ٥ σ = ٣

أ- ل(س> ٨) = ل(ص > (٨ – ٥) / ٣) = ل (ص > ١)

= ٠.٥ - ل (٠< ص <١) = ٠.٥ – ٠.٣٤١٣

= ٠.١٥٨٧



ب- ل(٢ < س< ١١) = ل ((٢ – ٥) / ٣ < ص < (١١ – ٥) / ٣)

= ل (- ١ < ص < ٢)

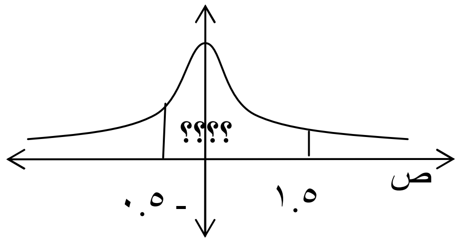
= ل (٠ < ص < ١) + ل (٠ < ص < ٢)

=٠.٣٤١٣+٠.٤٧٧٢=٠.٨١٨٥

٥) إذا كان **س** متغيراً عشوائياً طبيعياوسطه الحسابى μ = ١٧، انحرافه المعيارى σ = ٢

أوجد : أ- ل(١٦< **س** < ٢٠) ب- ل(**س** > ١٥)

الحل



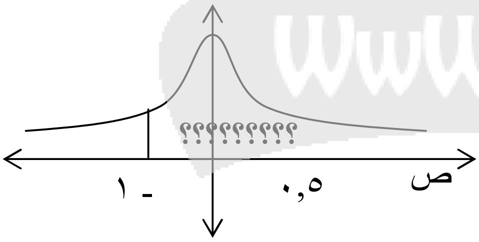
أ- ل(١٦< **س** < ٢٠)=ل($\frac{١٦ - ١٧}{٢}$ < ص < $\frac{٣٠ - ١٧}{٢}$)

=ل(-٠.٥ < **ص**< ١.٥)

=ل (٠ < ص < ٠.٥) + ل (٠ < ص < ١.٥)

= ٠.١٩١٥ + ٠.٤٣٣٢

= ٠.٦٢٤٧



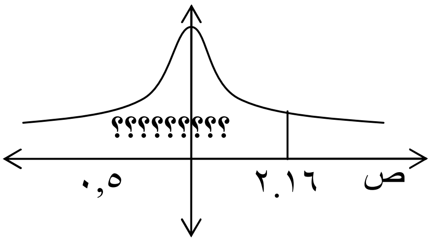
ب- ل(س > ١٥)= ل (ص > $\frac{١٥ - ١٧}{٢}$)

=ل (ص > -١)

= ٠.٥ + ٠.٣٤١٣ = ٠.٨٤١٣.

٦) إذا كان الدخل الشهرى لمجموعة مكونة من ٤٠٠ عامل يتبع توزيعا طبيعا وسطه الحسابى ٢٥٠ جنيها وانحرافه المعيارى ٢٥ جنيها فأوجد عدد العمال الذين يقل دخلهم عن ٣٠٤ جنيهات.

الحل



μ=٢٥٠ جنيها σ = ٢٥ جنيها

العدد الكلى = ٤٠٠

ل(**س** < ٣٠٤) = ل (ص < $\frac{٣٠٤ - ٢٥٠}{٢٥}$)

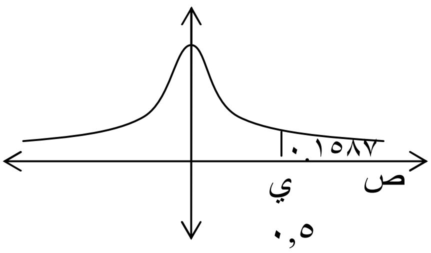
= ل (ص < ٢.١٦) = ٠.٥ + ل (٠ < ص < ٢.١٦)

= ٠.٥ + ٠.٤٨٤٦ = ٠.٩٨٤٦

العدد الكلى = ٠.٩٨٤٦ × ٤٠٠ = ٣٩٣.٨٤ = ٣٩٤ عامل

٧) إذا كان **س** متغيراً عشوائياً وسطه الحسابى μ = ٤٥ وانحرافه المعيارى σ = ٤

فأوجد قيمة ك إذا كان: ل(**س**> ك) = ٠.١٥٨٧



الحل : σ = ٤ ، μ = ٤٥

ل(س > ك) = ٠.١٥٨٧ = ل(**ص** > $\frac{ك - ٤٥}{٤}$) = ٠.١٥٨٧

بوضع ي = $\frac{ك - ٤٥}{٤}$

∴ ل (ص > ي) = ٠.١٥٨٧

=ل (٠ < ص< ي) = ٠.٥ - ٠.١٥٨٧ = ٠.٣٤١٣

بالكشف العكسى من الجدول ي = ١

∴ $\frac{ك - ٤٥}{٤}$ = ١ ∴ك - ٤٥ = ٤ ∴ ك = ٤٩

٨) إذا كانت أوزان الطلاب فى أحدى الكليات تتبع توزيعا طبيعياًّ وسطه الحسابى μ = ٦٨ كجم، تباينه ١٦ كجم٢ . فأوجد:

أ- احتمال أن يكون الوزن أكبر من ٧٠ كجم.

ب- النسبة المئوية للطلاب الذين تقع أوزانهم بين ٦٥ كجم، ٧٢ كجم.

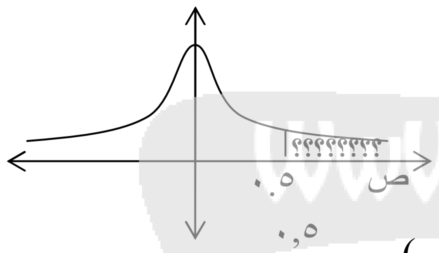
ج- عدد الطلاب الذين يزيد وزنهم عن ٦٦ كجم وذلك إذا كان عدد طلاب الكلية = ٢٠٠٠ طالب.

الحل μ = ٦٨ σ = ٤

أ- ل(س> ٧٠) = ل(ص > $\frac{٧٠ - ٦٨}{٤}$) = ل (ص > ٠.٥)

= ٠.٥ - ل (٠< ص < ٠.٥) = ٠.٥ − ٠.١٩١٥

= ٠.٣٠٨٥

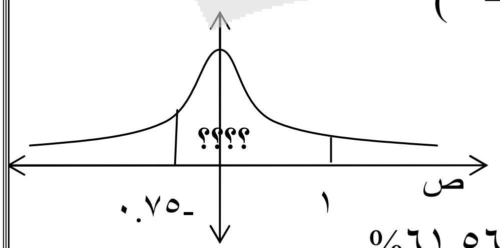


ب- ل(٦٥ < س< ٧٢)= ل($\frac{٦٥ - ٦٨}{٤}$ < ص < $\frac{٧٢ - ٦٨}{٤}$)

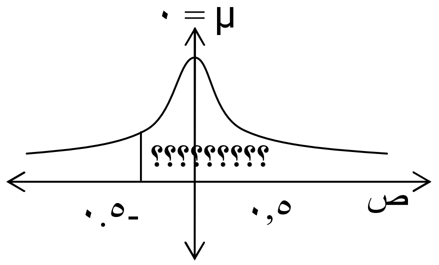
= ل(-٠.٧٥ < ص< ١)

= ل (٠ < ص < ٠.٧٥) + ل (٠ < ص < ١)

= ٠.٢٧٤٣ + ٠.٣٤١٣ = ٠.٦١٥٦



النسبة المئوية =الاحتمال × العدد الكلى = ٠.٦١٥٦ × ١٠٠% = ٦١.٥٦%.



ج- ل(س> ٦٦) = ل(ص > $\frac{٦٦ - ٦٨}{٤}$)

= ل (ص > -٠.٥)

= ٠.٥ + ٠.١٩١٥ = ٠.٦٩١٥

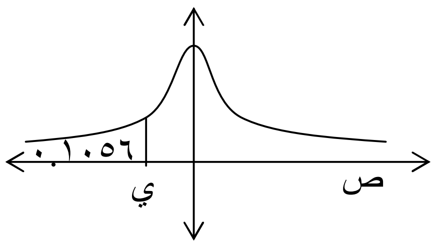
العدد = الاحتمال × العدد الكلى =٠.٦٩١٥ × ٢٠٠٠ = ١٣٨٣

٩- وجد أن أطوال نوع معين من النبات تكون موزعة حسب التوزيع الطبيعى بمتوسط قدره ٥٠ سم وانحراف معيارى σ . فإذا علم أن أطوال ١٠.٥٦% من هذا النبات أقل من ٤٥ سم. فأوجد التباين لأطوال هذا النبات.

الحل

ل (س< ٤٥) = ٠.١٠٥٦ = ل(ص < $\frac{٤٥ - ٥٠}{\sigma}$)

ل (ص < $\frac{-٥}{\sigma}$) = ٠.١٠٥٦



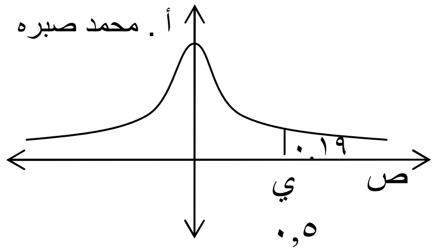
بوضع ي = $\frac{-٥}{\sigma}$ ∴ ل (ص < ي) =٠.١٠٥٦

∴ ل (٠ < ص < ي) = ٠.٥ - ٠.١٠٥٦ = ٠.٣٩٤٤

∴ ي = − ١.٢٥ ∴ $\frac{-٥}{\sigma}$ = - ١.٢٥ ∴ σ = ٤ ∴ التباين = $\sigma^{٢}$ = ١٦

١٠) إذا كانت درجات الطلاب فى إحدى الامتحانات تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط قدره ٦١درجةوانحراف معيارى ١٢، فإذا كان ١٩ % يحصلون على تقدير ممتاز .فأوجد أقل درجة لكى يحصل الطالب على تقدير ممتاز

الحل



نفرض هذه الدرجة = ك

ل(س> ك) = ٠.١٩ ∴ ل(ص > $\frac{\text{ك} - ٦١}{١٢}$) = ٠.١٩

بوضع ي = $\frac{\text{ك} - ٦١}{١٢}$ ∴ ل (ص > ي) = ٠.١٩

∴ ل (٠ < ص < ي) = ٠.٥ – ٠.١٩ = ٠.٣١

بالكشف العكسى من الجدول ي = ٠.٨٨

∴ $\frac{\text{ك} - ٦١}{١٢}$ = ٠.٨٨ ∴ ك – ٦١ = ١٢ × ٠.٨٨ = ١٠.٥٦

∴ ك = ١٠.٥٦ + ٦١ = ٧١.٥٦ وهي أقل درجة لكي يحصل الطالب على تقدير **ممتاز**

تمارين (٥)

(١) إذا كان س متغير عشوائى طبيعى متوسطه μ وانحرافه المعيارى σ :

أوجد قيمة كل :

١) ل (س < μ – ٢ σ) ٢) ل (μ < س < μ + ١,٢ σ)

٣) ل (س < μ – ٠,٥ σ) ٤) ل (س> μ - σ)

٥) ل (μ – σ < س < μ + ٢ σ)

أوجد قيمة ك فى الحالات الآتية :

٦) ل (μ – ك σ < س < μ + ك σ)= ٠,٩٨٧٦ (٢,٥)

٧) ل (س> μ + ٢ ك σ) = ٠,٩٤٠٦ (- ٠,٧٨)

(٢) إذا كان س متغير عشوائى له توزيع طبيعى متوسطه μ = ١٨ وانحراف معيارى σ = ٢.٥ . أوجد : أولا : ل (س < ١٥) ثانيا : ل (س > ٢٣)
ثالثا : ل (١٧ < س < ٢٣) رابعا : قيمة ك إذا كان ل (س > ك) = ٠.١٨١٤
(٠.١١٥١ ، ٠.٠٢٢٨ ، ٠.٥٤٠٣ ، ٢٠.٢٧٥)

(٣) إذا كان س متغير عشوائى له توزيع طبيعى متوسطه μ = ١٥ وتباينه $\sigma^{٢}$ = ٩. أوجد :
أولا : ل (٠ < س < ١٨) ثانيا : ل (س > ٢٠)
ثالثا : ل (س > ١١) رابعا : قيمة ك إذا كان ل (س < ك) = ٠.١٥٨٧
(٠.٨٤١٣ ، ٠.٠٤٧٥ ، ٠.٩٠٨٢ ، ١٢)

(٤) إذا كانت أطوال مجموعة من الطلاب تبع توزيع طبيعى متوسطه μ وانحرافه المعيارى ٨ سم . فإذا كان الطول لمعيارى لطالب طوله ١٨٠ سم هو ١.٢٥ أوجد المتوسط μ. (١٧٠)

(٥) إذا كانت درجات الطلاب فى أحد الامتحانات تتبع توزيع طبيعى متوسطه ٤٠ درجة واتباين ٢٥ . أوجد : أولا : احتمال أن تكون درجة الطالب أكبر من ٤٥ درجة (٠.١٥٨٧)

ثانيا : النسبة المئوية للطلاب الذين تزيد درجاتهم عن ٤٥درجة (١٥.٨٧%)

(٦)إذا كان الدخل الشهرى لعدد ٧٠٠ أسرة يتبع توزيع طبيعى متوسطه ٣٥٠ جنيه بانحراف معيارى ١٠٠ جنيه . أوجد :

أولا : احتمال أن يكون دخل الأسرة أكبر من ٤٠٠ جنيه (٠.٣٠٨٥)

ثانيا : النسبة المئوية للأسر التى يزيد دخلها عن ٤٠٠ جنيه (٣٠.٨٥%)

ثالثا : عدد الأسر التى يزيد دخلها عن ٤٠٠ جنيه (٢١٦)

(٧) إذا كانت درجات الإحصاء فى إحدى الكليات يتبع توزيع طبيعى بمتوسط ٧٥ درجة وانحراف معيارى ١٠ درجات . ووجد أن ٦.٦٨% من الطلاب حصلوا على تقدير ممتاز . أوجد أقل درجة يحصل عليها الطالب ليكون تقديره ممتاز (٩٠)

الارتبــاط

*** تعريف الارتباط**

الارتباط بين ظاهرتين أو كميتين متغيرتين معناه وجود علاقة بينهما بحيث إذا تغيرت أحداهما إلى التغير فى إتجاه معين فإن الأخرى تميل الى التغير فى اتجاه معين أيضا .
ويقاس مدى الارتباط بين الظاهرتين بحساب (معامل الارتباط) ويرمز له بالرمز ر حيث
- ١ ⩽ ر ⩽ ١ أو ر ∋ [- ١ ، ١]

*** أنواع الارتباط**

١) طردى: عندما تزداد الظاهرتين معا أو تنقصان معا مثل تغير طول عمود من الحديد تبعا لتغير درجة الحرارةالتى يتعرض لها وتكون ر موجبة ر ∋] ٠ ، ١]

٢) عكسى : إذا تغيرت إحدى الكميتين بالزيادة تغيرت الأخرى بالنقص مثل الارتباط الحادث بين حجم كمية من الغاز وضغطه عند ثبوت درجة الحرارة
وتكون ر سالبة ر ∋ [- ١ ، ٠ [

ملاحظات

١- إذا كان ر = صفر لا ارتباط (منعدم)
٢- إذا كان ر = ١ ارتباط طردى تام
٣- إذا كان ر =-١ ارتباط عكسى تام

* درجات الارتباط :

١) منعدم ر = ٠ لا يوجد ارتباط
٢) ضعيف : صفر < ر< ٠.٤ أو -٠.٤ < ر < صفر.
٣) متوسط : ٠.٤ < ر< ٠.٦ أو - ٠.٦ < ر <- ٠.٤
٤) قوى: ٠.٦ < ر < ١ أو -١ > ر > -٠.٦

معامل ارتباط بيرسون :

$$\text{ر} = \frac{\text{ن} \times \text{مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}} \times \sqrt{\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}}}$$

حيث ن عدد قيم كل من المتغيرين ولإيجاد معامل الارتباط بهذه الطريقة نكون جدولاً من ٥ أعمدة وهى س، ص ، س ص ، س^{٢} ، ص^{٢}

ملحوظة هامة : يمكن تبسيط الاعداد التى نتعامل معها بطرح قيمة معينة من جميع قيم س أو ص أو كليهما أو قسمة جميع القيم على قيمة معينة دون أن يؤثر ذلك على قيمة معامل الارتباط الخطى لبيرسون

مثال ١ :

من بيانات الجدول الآتى، أوجد معامل ارتباط بيرسون بين قيم س، ص مبيناً نوعه ودرجته.

س	٦	٥	٧	٨	١٠	٦	٧
ص	٤	٧	٥	٦	٨	٧	٨

الحل :

الحل : ن = ٧

س	ص	س ص	$\text{س}^{٢}$	$\text{ص}^{٢}$
٦	٤	٢٤	٣٦	١٦
٥	٧	٣٥	٢٥	٤٩
٧	٥	٣٥	٤٩	٢٥
٨	٦	٤٨	٦٤	٣٦
١٠	٨	٨٠	١٠٠	٦٤
٦	٧	٤٢	٣٦	٤٩
٧	٨	٥٦	٤٩	٦٤
٤٩	٤٥	٣٢٠	٣٥٩	٣٠٣

$$\text{ر} = \frac{\text{ن} \times \text{مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}} \times \sqrt{\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}}}$$

$$\text{ر} = \frac{٧ \times ٣٢٠ - (٤٩)(٤٥)}{\sqrt{٧ \times ٣٥٩ - (٤٩)^{٢}} \times \sqrt{٧ \times ٣٠٣ - (٤٥)^{٢}}} = ٠.٣٤$$ (طردى ضعيف)

مثال (٢) :

من بيانات الجدول الآتى:

س	٥	١٠	٣	٨	٦	٧
ص	٤	٨	٢	٦	٤	٥

أوجد معامل ارتباط بيرسون.

الحل :

- بيرسون:

س	ص	س ص	$\text{س}^{٢}$	$\text{ص}^{٢}$
٥	٤	٢٠	٢٥	١٦
١٠	٨	٨٠	١٠٠	٦٤
٣	٢	٦	٩	٩
٨	٦	٤٨	٦٤	٦٤
٦	٤	٢٤	٣٦	٣٦
٧	٥	٣٥	٤٩	٤٩
٣٩	٢٩	٢١٣	٢٨٣	١٦١

$$\text{ر} = \frac{\text{ن} \times \text{مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}} \times \sqrt{\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}}}$$

$$\text{ر} = \frac{٦ \times ٢١٣ - (٣٩)(٢٩)}{\sqrt{٦ \times ٢٨٣ - (٣٩)^{٢}} \times \sqrt{٦ \times ١٦١ - (٢٩)^{٢}}} = ٠.٩٨٨$$ (طردى قوى)

مثال (٣)

إذا كان مجـــ س = ١٤ ، مجـــ ص = ٩، مجـــ س ص = ١٩٢ مجـ س٢ = ٢٥٢ ، مجـــ ص^{٢} = ١٧١ ، ن = ٧

أوجد : معامل ارتباط بيرسون.

الحل : $ر = \dfrac{\text{ن} \times \text{مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}} \times \sqrt{\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}}}$

$ر = \dfrac{٧ \times ١٩٢ - (١٤)(٩)}{\sqrt{٧ \times ٢٥٢ - (١٤)^{٢}} \times \sqrt{٧ \times ١٧١ - (٩)^{٢}}} = ٠.٩$

تمارين (٦)

١) إذا كان معمل الارتباط الخطى بين س ، ص هو ٠.٣٢ ، فأوجد معامل الارتباط الخطى بين المتغيرين سَ ، صَ حيث سَ = س – ٢٥ ، صَ = ص – ١٠ (٠.٣٢)

٢) أوجد معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين قيم المتغيرين س ، ص حيث :
مجـ س = ٤٠ ، مجـ ص = ٣٥ ، مجـ س٢ = ٣٤٦ ، مجـ ص٢ = ٢٧٣ ، مجـ س ص = ١٦٤
، ن = ٦ وحدد نوع الارتباط ودرجته (-٠.٩٤ ،عكسى قوى)

٣) أوجد معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين قيم المتغيرين س ، ص حيث :
مجـ س = ٧٠ ، مجـ ص = ٦٠ ، مجـ س٢ = ٥٣٦ ، مجـ ص٢ = ٤٠٦ ، مجـ س ص = ٣٧٤
، ن = ١٠ وحدد نوع الارتباط ودرجته (- ١ ،عكسى تام)

٤) فى دراسة إحصائية بين متغيرين س ، ص كانت البيانات التالية : متوسط قيم س = ٨ ومتوسط قيم ص = ١٠ ، مجـ س = ٨٠ ، مجـ س ص = ٨٧٠ ، مجـ س٢ = ٦٦٥ ، مجـ ص٢ = ١٤٠٠ .
أوجد معامل الارتباط الخطى بين قيم س ، ص (٠.٧ ، طردى قوى)

٥) أوجد معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين قيم س ، ص من بيانات الجدول الآتى :

س	١٢	١٠	١٤	١١	١٢	٩
ص	١٨	١٧	٢٣	١٩	٢٠	١٥

(٠.٩٤٧٣ ، طردى قوى)

٦) الجدول الآتى يبين الدخل الشهرى س بالجنيهات والمنصرف ص شهريا بالجنيهات لستة أسر

س	٥٠٠	٤٠٠	٣٥٠	٧٢٠	٦٠٠	٤٥٠
ص	٤٠٠	٣٥٠	٣٢٠	٧٠٠	٥٦٠	٤٠٠

أولا : أوجد معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين قيم س ، ص .
ثانيا : كون جدول آخر للدخل سَ بمئات الجنيهات والمنصرف صَ بمئات الجنيهات ثم أوجد معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين سَ ، صَ. ماذا تلاحظ (٠.٩٨٢٦ نفسه)

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

*** معامل ارتباط الرتب لسبيرمان**

فى هذه الطريقة نوجد معامل الارتباط بين رتب القيم (سواء كانت عددية أو وصفية)، وليس بين القيم نفسها.

خطوات الحل :

١) نحدد رتب كل من المتغيرين بنفس الترتيب (تنازلياً معاً أو تصاعدياً معاً). مع ملاحظة أنه إذا اشترك اثنان أو أكثر فى رتبة تعطى لكلٍّ منهما المتوسط الحسابى لهذه الرتب

٢) نكون جدولاً من أربعة أعمدة وهى: رتب س، رتب ص، ف، ف^{٢} حيث ف تعنى الفرق المطلق بين الرتب.

٣) نستخدم القانون: $ر = ١ - \frac{٦ \times مجـ ف^{٢}}{ن (ن^{٢} - ١)}$

حيث ن عدد الأزواج المرتبة ، ف تعنى الفرق المطلق بين الرتب.

مثال ١:

من بيانات الجدول الآتى:

س	ممتاز	جيد	جيد جداً	مقبول	ضعيف	جيد
ص	جيد	ضعيف	مقبول	ممتاز	جيد جداً	مقبول

احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين س، ص.

الحل : ن = ٦

رتب س	رتب ص	ف	ف^{٢}
١	٣	٢-	٤
٣.٥	٦	٢.٥-	٦.٢٥
٢	٤.٥	٢.٥-	٦.٢٥
٥	١	٤	١٦
٦	٢	٤	١٦
٣.٥	٤.٥	١-	١
ــــ	ــــ	صفر	٤٩.٥

$ر = ١ - \frac{٦ \times ٤٩.٥}{٦ (٣٦ - ١)} = -٠.٤١$ عكسى

مثال (٢) :

من بيانات الجدول الآتى:

س	٥	١٠	٣	٨	٦	٧
ص	٤	٨	٢	٦	٤	٥

أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان.

الحل :

رتب س	رتب ص	ف	ف^{٢}

سبيرمان:

٢	٢.٥	-٠.٥	٠.٢٥
٦	٦	–	–
١	١	–	–
٥	٥	–	–
٣	٢.٥	٠.٥	٠.٢٥
٤	٤	–	–
—	—	صفر	٠.٥

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٠.٥}{٦ \left(٣٦ - ١ \right)} = ٠.٩٨٥٧$$ (طردى قوى)

تمارين(٧)

١) من بيانات الجدول التالى أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين المتغيرين س ، ص وحدد نوعة ودرجته :

س	١٢	١٠	١٤	١١	١٢	٩
ص	١٨	١٧	٢٣	١٩	٢٠	١٥

(٠.٩ ، طردى قوى)

٢) من بيانات الجدول التالى أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين المتغيرين س ، ص وحدد نوعة ودرجته :

س	١٨	١٦	١٣	١٠	٢٠	١١
ص	٧	١٢	١٥	٩	١٢	١٦

(-٠.٢٤ ، عكسى ضعيف)

٣) من بيانات الجدول التالى أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين المتغيرين س ، ص وحدد نوعة ودرجته :

س	١٥	٢٥	٣٥	٣٥	٣٥	٢٥	١٥
ص	٦	٦	٩	٨	٧	٨	٥

(٠.٧٩، طردى قوى)

٤) الجدول التالى يبين تقديرات ٦ طلاب فى مادتى الإحصاء والرياضيات أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

س	مقبول	جيد جداً	ممتاز	جيد جداً	مقبول	مقبول
ص	جيد	جيد	جيد جداً	ممتاز	جيد	ضعيف

(٠.٧٦)

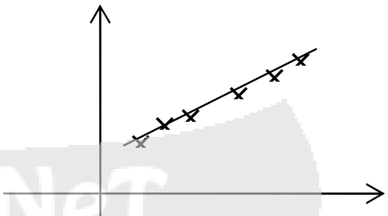
٥) من بيانات الجدول الآتى أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان (٠.٦٣)

س	ممتاز	مقبول	جيد	مقبول	جيد	ممتاز
ص	جيد	مقبول	مقبول	جيد	جيد	جيد جداً

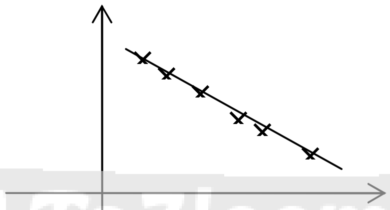
الانحدار

*** شكل الانتشار**

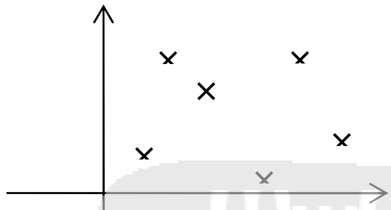
هو مجموعة منفصلة من النقط (أزواج مرتبة بين س، ص) ممثلة بيانياً فى المستوى حيث يمثل المحور الأفقى قيم أحد المتغيريين وليكن س ويمثل المحور الرأسى قيم المتغير الآخر ص فنحصل على شكل يوضح انتشار النقط فى المستوى يسمى شكل الانتشار وباستخدام طريقة المربعات الصغرى، يمكن إيجاد معادلات الانحدار.



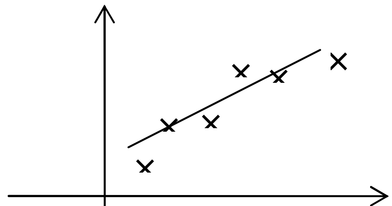
النقط ∍ لخط مستقيم ميله موجب
ر = ١ الارتباط طردى تام



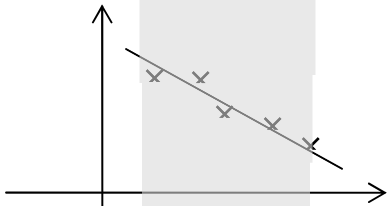
النقط ∍ لخط مستقيم ميله سالب
ر =- ١ الارتباط عكسى تام



النقط تنتشر فى المستوى دون روابط ر = ٠ الارتباط منعدم



النقط تقع حول مستقيم ميله موجب ر= + الارتباط طردى



النقط تقع حول مستقيم ميله سالب
ر = ـ الارتباط عكسى

إذا كان الارتباط قوياً قربت قيم المتغيرين من خط مستقيم يمثل العلاقة بينهما يسمى خط الانحدار

*** معادلة خط انحدار ص على س (لتقدير قيمة ص عند أى قيمة لـ س)**

ص = م س + ب حيث م ميل المستقيم (معامل انحدار ص على س)،
ب هو طول الجزء الذى يقطعه المستقيم من المحور الرأسي

حيث $م = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})\,(\text{مجـ ص})}{\text{ن مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}}$ ، $ب = \frac{\text{مجـ ص} - م\ \text{مجـ س}}{\text{ن}}$

*** معادلة خط انحدار س على ص (لتقدير قيمة س عندأى قيمة لـ ص)**

س = جـ ص + د

جـ $= \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})\,(\text{مجـ ص})}{\text{ن مجـ ص}^{2} - (\text{مجـ ص})^{2}}$ ، **د** $= \frac{\text{مجـ س} - \text{د مجـ ص}}{\text{ن}}$

ملاحظة : لتقدير قيمة ص إذا علمت قيمة س : نوجد معادلة خط انحدار ص على س
و لتقدير قيمة س إذا علمت قيمة ص : نوجد معادلة خط انحدار س على ص

العلاقة بين معامل الارتباط ومعاملى الانحدار

$ر^{2}$ = م جـ

حيث " ر " تأخذ نفس إشارة كل من م ، جـ.

ملحوظة : ١) عندما أ موجبة ، جـ موجبة تكون ر = $\sqrt{\text{أ جـ}}$
٢) عندما أ سالبة ، جـ سالبة تكون ر = - $\sqrt{\text{أ جـ}}$

أمثلة : مثال١

١- إذا كان معامل انحدار ص على س هو -٠.٢٥، معامل انحدار س على ص هو -٠.٨١.
أوجد معامل الارتباط الخطى بين س، ص وحدد نوعه.

الحل

أ = -٠.٢٥ جـ = -٠.٨١

ر^2 = أ جـ = -٠.٢٥ × -٠.٨١ = ٠.٢٠٢٥

∴ ر = - $\sqrt{٠.٢٠٢٥}$ = - ٠.٤٥ ارتباط عكسى متوسط.

مثال (٢)

إذا كان معامل انحدار س على ص هو ١.٢١، معامل الارتباط الخطى بين س، ص هو ٠.٣٣ أوجد معامل انحدار ص على س.

الحل : ر^2 = أ جـ ، ر = ٠.٣٣ ، جـ = ١.٢١

(٠.٣٣)^2 = ١.٢١ أ ∴أ = (٠.٣٣)^2 ÷ ١.٢١ = ٠.٠٩

مثال ٣ :

من بيانات الجدول الآتى:

س	١	٣	٤	٦	٧	٩
ص	٦	٤	٤	٣	٢	١

أ) قدر قيمة س عندما ص= ٥ باستخدام معادلة انحدار مناسبة.
ب) أوجد معادلة خط انحدار ص على س.
جـ) أوجد معامل الارتباط الخطى بين س، ص باستخدام معاملى الانحدار.
د) أوجد معامل ارتباط بيرسون.
هـ) قارن بين النتيجة فى جـ، د.

الحل

س	ص	س ص	س^2	ص^2
١	٦	٦	١	٣٦
٣	٤	١٢	٩	١٦
٤	٤	١٦	١٦	١٦
٦	٣	١٨	٣٦	٩
٧	٢	١٤	٤٩	٤
٩	١	٩	٨١	١
٣٠	٢٠	٧٥	١٩٢	٨٢

ن = ٦ ، خط الانحدار المناسب هو انحدار س على ص

أ) س = جـ ص + د ، جـ = $\frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\text{ن مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2}$

$$جـ = \frac{٦ \times ٧٥ - (٣٠)(٢٠)}{٦ \times ٨٢ - (٢٠)^٢} = -١.٦٣$$

$$د = \frac{مجـ س - م\, مجـ ص}{ن} = \frac{٣٠ + (١.٦٣)(٢٠)}{٦} = ١٠.٤٣$$

المعادلة هى :

س = -١.٦٣ ص + ١٠.٤٣ عندما ص = ٥ فإن س = -١.٦٣ × ٥ + ١٠.٦٣ =

ب) معادلة خط انحدار ص على س هى ص = م س + ب

$$م = \frac{ن\, مجـ س ص - (مجـ س)(مجـ ص)}{ن\, مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢}$$

$$م = \frac{٦ \times ٧٥ - (٣٠)(٢٠)}{٦ \times ١٩٢ - (٣٠)^٢} = -٠.٥٩٥$$

$$ب = \frac{مجـ ص - م\, مجـ س}{ن} = \frac{٢٠ + (٠.٥٩٥)(٣٠)}{٦} = ٦.٣١$$

∴ معادلة خط انحدار ص على س هى ص = -٠,٥٩٥ س + ٦.٣١

ج) $ر^٢$ = م جـ = -١.٦٣ × -٠.٥٩٥ =

∴ ر = -٠.٩٨

د) $$ر = \frac{ن \times مجـ س ص - (مجـ س)(مجـ ص)}{\sqrt{ن\, مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢} \times \sqrt{ن\, مجـ ص^٢ - (مجـ ص)^٢}}$$

$$ر = \frac{٦ \times ٧٥ - (٣٠)(٢٠)}{\sqrt{٦ \times ١٩٢ - (٣٠)^٢} \times \sqrt{٦ \times ٨٢ - (٢٠)^٢}} = -٠.٩٨$$

هـ) قيم ر الناتجة فى جـ ، د متساويتين.

مثال (٤)

إذا كان مجـ س = ٥٠، مجـ ص= ٦٠، مجـ س ص = ٣٦١، مجـ $س^٢$ = ٣١٠ ، ، مجـ $ص^٢$ = ٤٩٨ ، ن = ١٠

أوجد

أ- معادلة خط انحدار ص على س

ب- تقدير قيمة س عندما ص = ٨

الحل: معادلة انحدار ص على س هي : ص = م س + ب

$$م = \frac{ن\, مجـ س ص - (مجـ س)(مجـ ص)}{ن\, مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢} = \frac{١٠ \times ٣٦١ - (٥٠)(٦٠)}{٦ \times ٣١٠ - (٥٠)^٢} = \frac{٦١}{٦٠}$$

$$ب = \frac{مجـ ص - م\, مجـ س}{ن} = \frac{٦٠ - (٦١/٦٠)(٥٠)}{١٠} = \frac{١١}{١٢} = ٠.٩٢$$

∴ معادلة خط انحدار ص على س هي : ص = $\frac{٦١}{٦٠}$ س + ٠.٩٢

ب معادلة خط انحدار س على ص: س = جـ ص + د

جـ = $\frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}}$ = $\frac{١٠ \times ٣٦١ - (٥٠)(٦٠)}{٦ \times ٤٩٨ - (٦٠)^{٢}}$ = $\frac{٦١}{١٣٨}$

د = $\frac{\text{مجـ س} - \text{م مجـ ص}}{\text{ن}}$ = $\frac{٥٠ - (٦١/١٣٨)(٦٠)}{١٠}$ = ٢.٣٥

المعادلة : س = $\frac{٦١}{١٣٨}$ ص + ٢.٣٥ عندما ص = ٨

فإن س = $\frac{٦١}{١٣٨}$ × ٨ + ٢.٣٥ = ٥.٨٩

تمارين (٨)

١) إذا كان معامل انحدار ص على س هو ١.٢١ ، معامل انحدار س على ص هو ٠.٦٧٦ أوجد معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين س، ص وحدد نوعه (٠.٩١)

٢) إذا كانت معادلة خط انحدار ص على س هى ص = - ١.٢ س + ٠.٤٣ ، و معادلة خط انحدار س على ص هى س = - ٠.٢٥ ص + ١.٤٧ . أوجد معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين س، ص وحدد نوعه (-٠.٥٥)

٣) فى دراسة العلاقة بين متغيرين س ، ص وجد أن معامل انحدار ص على س هو ٠.٦ ، ومعامل الارتباط الخطى لبيرسون بين س، ص = ٠.٩ أوجد معامل انحدار س على ص (١.٣٥)

٤) فى دراسة للعلاقة بين المتغيرين س ، ص وجد أن :

مجـــ س = ١٥، مجـــ ص= ٣٠، مجـــ س ص = ١٠٥، مجـــ س^{٢} = ٥٥ ، ن = ٥

أوجد معادلة انحدار ص على س (ص = ١.٥ س + ١.٥)

٥)من بيانات الجدول التالى

س	١٠	١٢	١٥	١٢	١٤	٨
ص	٦	٨	٦	٦	٩	٥

أولا : أوجد معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين س، ص وحدد نوعه (٠.٥٥٢٩ طردى)

ثانيا : أوجد معادلة خط انحدار مناسب لحساب قيمة س عندما ص = ٣٨ (٤١.٢٨)

٦) إذا كان : مجـ س = ٦٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س٢ = ٤٢٠ ، مجـ ص٢ = ٥٩٨ ، مجـ س ص = ٣٧١ ، ن = ١٠ . أوجد :

١) ومعامل الارتباط الخطى لبيرسون بين س، ص (-٠.٦١)

٢) معادلة خط انحدار ص على س (ص = -٠.٨١٧ س +١١.٩)

٣) استنتج مما سبق قيمة معامل انحدار س على ص (جـ = - ٠.٤٥٥)

تمت بحمد الله