

المراجعة النهائية



(المنهج كامل : ست ورقات فقط)

أ. محمود الرملى

مقدمة:

(الإمتحان بجى إنزاي ؟!)

- سؤال إجباري : عبارة عن خمس نقط أكمل و سؤال مقال
- غالبا يبقى على فكرة الإحتمالات . (بـ 9 درجات)
- ثلاث أسئلة : بتختار منهم إثنين . (كل سؤال بـ 8 درجات)

∴ العجموع الكلى : ٢٥ درجة



هنقسم الورق إزاك :

😊 (متقسم المهج أربع أجزاء بس) 😊

١) معامل الارتباط : (بيرسون سبيرمان . خط الإنحدار)

بيجى عليه مسالتين ... كل مسألة بـ 4 درجات

٢) الإحتمالات : عندنا نوعين من المسائل

سؤال أكمل بـ درجة .. مسالتين كل مسألة بـ 4 درجات

٣) المتغير العشوائى : (متقطع .. متصل)

سؤال أكمل بـ درجة .. مسالتين كل مسألة بـ 4 درجات

٤) المتغير الطبيعي : (المعيارى .. غير المعيارى)

سؤال أكمل بـ درجة .. مسألة واحدة بس بـ 4 درجات

١) معامل الارتباط :

القوانيرج

$$r = \frac{1 - \frac{6 \text{ حجب ف}}{n(n-1)}}{1 - \frac{6 \text{ حجب ف}}{n(n-1)}}$$

• معامل ارتباط سبيرمان

$$r = \frac{n \text{ حجب ص} - \text{حجب س حجب ص}}{\sqrt{(n \text{ حجب ص} - \text{حجب س حجب ص})^2}}$$

• معامل ارتباط بيرسون

• معامل الارتباط لسبيرمان :

الفكرة الأولى :

مثال ١ الجدول التالى يبين التقديرات التى حصل

عليها ثمانية طلاب فى إحدى الكليات فى مادتى الرياضيات والفيزياء .

رياضة	ممتاز	جيد	جدا	جدا	ضعيف	ممتاز	مقبول	جدا
فيزياء	جدا	جدا	جدا	جدا	ممتاز	مقبول	مقبول	ممتاز

أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان و حدد نوعه .

رتب س - رتب ص

الحل :

س	ص	رتب س	رتب ص
ممتاز	جيد جدا	٥	١
جيد	جيد جدا	٦	١
جيد جدا	جيد	٤	٢
جيد جدا	ممتاز	٤	٢
ضعيف	مقبول	٨	٧
ممتاز	ممتاز	١	٢
مقبول	مقبول	٧	٦
جيد جدا	ممتاز	٤	٢
٢٤	٢٤	٢٤	٢٤

B E K R A
L I N
M A T H

$$r = \frac{1 - \frac{6 \text{ حجب ف}}{n(n-1)}}{1 - \frac{6 \text{ حجب ف}}{n(n-1)}} = \frac{1 - \frac{6 \times 6}{(1-6) \times 8}}{1 - \frac{6 \times 6}{(1-6) \times 8}} = 1$$

• هنا نوع الارتباط بى طردس قوس

• المعيارى

١- الجدول التالى يبين تقديرات ستة طلاب فى إمتحان مادتى

الرياضيات والكيمياء .

رياضيات	جدا	جيد	مقبول	جيد	ممتاز	مقبول
كيمياء	مقبول	جيد	جدا	مقبول	ضعيف	ممتاز

احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان و حدد نوعه . [عكس قوس]

٢- فى دراسة مدى العلاقة بين مستوى الطلب فى

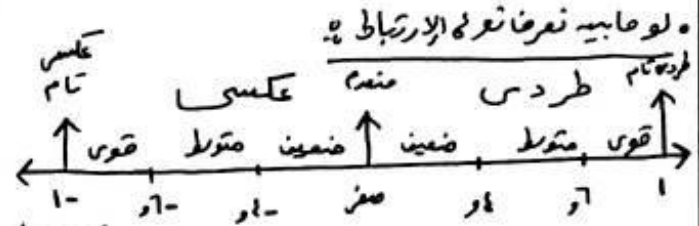
مادتى الإحصاء والإقتضاء بإحدى الكليات وجد أن

الإحصاء	مقبول	ضعيف	جدا	جيد	مقبول	ممتاز
الإقتضاء	جدا	ضعيف	مقبول	ممتاز	جيد	جدا

احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان وبين نوعه [طردس]

١ / محمود الرملى

فكرة فى الرياضيات



الفكرة الثانية:

مثال ١ من بيانات الجدول التالي:

س	٤٠	٢٠	٢٧	٣٥	٤٥	٢٧
ص	٢٣	٣٠	٣٥	٢٣	١٧	٣٩

احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان و حدد نوعه .

الحل

س	ص	رتب س	رتب ص	رتب س - رتب ص	ف	ف ²
٤٠	٢٣	٢	٤,٥	-٢,٥	٢,٥	٦,٢٥
٢٠	٣٠	٦	٣	-٣	٣	٩
٢٧	٣٥	٤	٢	-٢	٢,٥	٦,٢٥
٣٥	٢٣	٣	٤,٥	-١,٥	١,٥	٢,٢٥
٤٥	١٧	١	٦	-٥	٥	٢٥
٢٧	٣٩	٤,٥	١	-٣,٥	٣,٥	١٢,٢٥
٤٠	٢٣	٢	٤,٥	-٢,٥	٢,٥	٦,٢٥
٢٠	٣٠	٦	٣	-٣	٣	٩
٢٧	٣٥	٤	٢	-٢	٢,٥	٦,٢٥
٣٥	٢٣	٣	٤,٥	-١,٥	١,٥	٢,٢٥
٤٥	١٧	١	٦	-٥	٥	٢٥
٢٧	٣٩	٤,٥	١	-٣,٥	٣,٥	١٢,٢٥
٤٠	٢٣	٢	٤,٥	-٢,٥	٢,٥	٦,٢٥
٢٠	٣٠	٦	٣	-٣	٣	٩
٢٧	٣٥	٤	٢	-٢	٢,٥	٦,٢٥
٣٥	٢٣	٣	٤,٥	-١,٥	١,٥	٢,٢٥
٤٥	١٧	١	٦	-٥	٥	٢٥
٢٧	٣٩	٤,٥	١	-٣,٥	٣,٥	١٢,٢٥

$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$

$= 1 - \frac{6 \times 71}{11(11^2 - 1)}$

$= 1 - \frac{426}{110}$

$= 1 - 3,87 = -2,87$

∴ لا ارتباط تكس قوس

تمارين

1- من بيانات الجدول التالي:

س	٤٠	٣٧	٣٥	٢٥	٢٩	٣٠
ص	١٨	١٧	١٧	١٥	١٦	١٥

احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان و حدد نوعه

2- معامل الارتباط لبيرسون:

ملاحظة دائما في السؤاله ∴

المطلوب ان اول بطلب فيه معادله ارتباط لبيرسون

المطلوب ان نخرج

$r_{sp} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$

والا نخرج معادله خط انحدار ص على س

فكرة في الرياضيات

١ / محمود الرملي

• معادله خط انحدار ص على س ∴ نفس البسط لمعادله لبيرسون

$\frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$

$\frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$

• معادله خط انحدار س على ص ∴

$\frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$

$\frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$

• العلامة بين معادله خط انحدار ص على س ومعادله ارتباط ∴

∴ $r = \frac{b_{sv}}{b_{vs}}$ ∴ لو $b_{sv} = 3$ و $b_{vs} = 19$ ∴ $r = \frac{3}{19}$

الفكرة الأولى:

(يجب على المعطيات جاهزة ومحتاج اعوض في القانون)

مثال ١

اذا كان $b_{sv} = 3$, $b_{vs} = 19$, $r = \frac{3}{19}$ ∴ $b_{sv} = 3$, $b_{vs} = 19$, $r = \frac{3}{19}$

1. احسب معامل الارتباط الخطي بين س و ص و حدد نوعه .
2. اوجد معادله خط انحدار ص على س ثم اوجد ص عندما $s = 5$

الحل

$r = \frac{b_{sv}}{b_{vs}} = \frac{3}{19}$

∴ لا ارتباط مزدوج تام ∴ $r = \frac{3}{19}$

$b_{sv} = 3$, $b_{vs} = 19$

$r = \frac{b_{sv}}{b_{vs}} = \frac{3}{19}$

$b_{sv} = 3$, $b_{vs} = 19$

تمارين

1- في دراسة للعلاقة بين المتغيرين س , ص حصلنا

على النتائج : $n = 10$, $b_{sv} = 35$, $b_{vs} = 60$,

$b_{sv} = 187$, $b_{vs} = 134$, $b_{sv}^2 = 406$

اوجد : 1- معادله خط انحدار ص على س .

2- معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س و ص

و حدد نوعه $[r = \frac{b_{sv}}{b_{vs}} = \frac{187}{134} = 1,3955]$



٢) الإحتمالات :

القوانين: (يتفهم مش بتتحفظ)

١ حدث وقوى P أو B كليهما كك وقوى A من المثلث

وقوى A من المثلث على نقل [تبدل على الاتحاد U]

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∩ B)

٢ حدث وقوى P و B معاً كك وقوى B من المثلث

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

٣ حدث عدم وقوى P [تبدل على المكملة]

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - 1

٤ وقوى P وقوى B وقوى A فقط

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

٥ وقوى B أو عدم وقوى P فقط

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

٦ عدم وقوى المثلث معاً كك وقوى A من المثلث

[تبدل على الاتحاد رقم ١]

٧ عدم وقوى A من المثلث كك عدم وقوى B

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

٨ وقوى A من المثلث فقط كك وقوى A من المثلث

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

ملاحظات بتغيير الشكل



U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

صد بالذ

من المسائل الكلامية

عدد عناصر الحدث

عدد عناصر فعنا والقيمة

الإحتمال محصور بين 0 و 1

حدث مستحيل

مثال ٢) في دراسة للعلاقة بين متغيرين س و ص وجد أن

مج س = 620 ، مج ص = 60 ، مج س² = 40570 ،

مج ص² = 390 ، مج س ص = 3951 ، ن = 10 .

أوجد : 1 - معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س و ص

2 - قدر قيمة س عندما ص = 6 باستخدام خط الانحدار المناسب

الحل

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

قدر قيمة س عندما ص = 7

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

ملاحظات بتغيير الشكل

مثال ٣) الجدول يوضح علاقة بين الكمية المعروضة

ص والسعر س

السعر س	٤	١	٧	٣	٦	٩
الكمية ص	٤	٦	٢	٤	٣	١

أوجد معامل ارتباط بيرسون وبين نوعه

الحل

س	٤	١	٧	٣	٦	٩
ص	٤	٦	٢	٤	٣	١

س	٩	١	٨١	٣٦	٣٦	٨١
ص	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦

س	٣	٤	٩	١٦	١٦	١٦
ص	١٦	١٦	١٦	١٦	١٦	١٦

س	٧	٢	٤٩	٣٦	٣٦	٣٦
ص	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦

س	١	٦	١	٣٦	٣٦	٣٦
ص	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦

س	٤	٣	١٦	١٦	١٦	١٦
ص	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦	٣٦

مج س = 60 ، مج ص = 620 ، مج س² = 40570 ، مج ص² = 390 ، مج س ص = 3951 ، ن = 10

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

U (A ∩ B) = (A ∪ B) - (A ∪ B)

فكرة في الرياضيات



وهو المراد منه مستنفذ منه $(P \cap B) = 0$ صفر

$$P \cap B = (P) \cap (B) = 0$$

$$P \cap B = (P) \cap (B) = 0$$

$$P \cap B = (P) \cap (B) = 0$$

$$P \cap B = (P) \cap (B) = 0$$

$$P \cap B = (P) \cap (B) = 0$$

$$P \cap B = (P) \cap (B) = 0$$

$$P \cap B = (P) \cap (B) = 0$$

$$P \cap B = (P) \cap (B) = 0$$

مثال ٥ إذا كان A, B حدثين من فضاء العينة لتجربة

عشوائية ما وكان: $P(A) = 52$, $P(B) = 44$, $P(A \cup B) = 64$, أوجد: أ- احتمال وقوع B وعدم وقوع A.

ب- احتمال عدم وقوع A و B معا.

ج- احتمال عدم وقوع أي من الحدثين.

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$64 = 52 + 44 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 52 + 44 - 64 = 32$$

ب- احتمال عدم وقوع A و B معا

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

مثال ٦ فصل دراسي به 50 طالب منهم 30 يدرسون

الفيزياء، 24 يدرسون الرياضيات، 10 طلاب يدرسون

الفيزياء والرياضيات معا، فإذا اختير طالب عشوائياً أوجد

احتمال أن يكون أ- ممن يدرسون مادة واحدة فقط.

ب- لا يدرسون أي من المادتين.

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$30 = 24 + 24 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 24 + 24 - 30 = 18$$

ب- احتمال عدم وقوع أي من المادتين

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$30 = 24 + 24 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 24 + 24 - 30 = 18$$

FBKRA
T
N
MATH

مثال ١ إذا كان A, B حدثين من فضاء العينة لتجربة

عشوائية ما وكان: $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{5}{11}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{11}$

أوجد: $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{11}{11} = \frac{5}{11} + \frac{5}{11} - \frac{5}{11}$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{11} + \frac{5}{11} - \frac{5}{11} = \frac{5}{11}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{11}$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{11}$$

مثال ٢ إذا كان A, B حدثين من فضاء العينة لتجربة

عشوائية ما وكان: $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$

أوجد: $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

مثال ٣ إذا كان A, B حدثين من فضاء العينة لتجربة

عشوائية ما وكان: $P(A) = 2$, $P(B) = 2$, $P(A \cap B) = 2$

أوجد: $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$2 = 2 + 2 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 2 + 2 - 2 = 2$$

$$P(A \cup B) = 2$$

$$P(A \cap B) = 2$$

$$P(A \cup B) = 2$$

مثال ٤ إذا كان A, B حدثين متنافيين من فضاء العينة

لتجربة عشوائية ما وكان: $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = 0$

أوجد: $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 0$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{2}$$

مفكرة في الرياضيات

مثال ٣

إذا كان س متغير عشوائي متقطع متوسطه = 1,5
توزيعه الإحصائي كالآتي:

س	١	٢	٣	٤
د(س)	٠,٥	٠,٢	٠,٢	٠,١

أوجد: قيمتي ك، م.

الحل

١ = د(س) = ٠,٥ + ٠,٢ + ٠,٢ + ٠,١

$1 = 0,5 + 0,2 + 0,2 + 0,1$

$0,1 = 0,2$

ولا يجادل في

المتوسط (م) = ١,٥ هو المطلوب

١,٥ = د(س) = ٠,٥ + ٠,٢ + ٠,٢ + ٠,١

$1,5 = 0,5 \times 1 + 0,2 \times 2 + 0,2 \times 3 + 0,1 \times 4$

$0,1 = 0,2$

ب- المتغير العشوائي المتصل:

$1 = P(a \leq X \leq b)$

تسمى دالة كثافة الاحتمال

القائمة في

$f(x) = \frac{1}{b-a} \times [P(b) - P(a)]$

تستخدم لراس يتصل مع الأضلة بارتفاعه

مثال ١

س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال له

$f(x) = \frac{2}{45}(5+x) \quad 1 \leq x \leq 4$

فيما عدا ذلك

أ- بين أن: $1 = \int_1^4 f(x) dx$

ب- احسب $P(3 < X)$

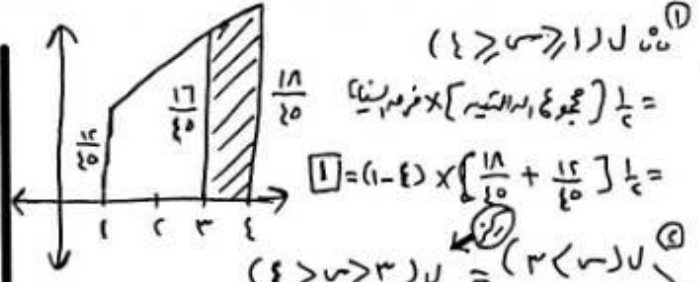
ج- احسب $P(2 \leq X < 7)$

الحل

عاشه نرسم نغوضنا اور بعده و ١ $\int_1^4 f(x) dx$ من الارتفاع $\frac{2}{45}(5+x)$

$\int_1^4 \frac{2}{45}(5+x) dx = \frac{2}{45} [5x + \frac{x^2}{2}]_1^4 = \frac{2}{45} [20 + 8 - 5 - \frac{1}{2}] = 1$

$\frac{2}{45} [20 + 8 - 5 - \frac{1}{2}] = 1$



١) $P(1 < X < 3) = \frac{1}{20} \times [1 \times \frac{1}{20} + 3 \times \frac{1}{10}] = \frac{1}{10}$

$\frac{1}{10} = (3-1) \times [\frac{1}{20} + \frac{1}{10}] \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{10} = (3-1) \times [\frac{1}{20} + \frac{1}{10}] \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{10} = (3-1) \times [\frac{1}{20} + \frac{1}{10}] \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{10} = (3-1) \times [\frac{1}{20} + \frac{1}{10}] \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{10} = (3-1) \times [\frac{1}{20} + \frac{1}{10}] \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{10} = (3-1) \times [\frac{1}{20} + \frac{1}{10}] \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{10} = (3-1) \times [\frac{1}{20} + \frac{1}{10}] \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{10} = (3-1) \times [\frac{1}{20} + \frac{1}{10}] \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{10} = (3-1) \times [\frac{1}{20} + \frac{1}{10}] \times \frac{1}{2}$

مثال ٢ س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال

$f(x) = \frac{1}{6}x + k \quad 0 \leq x \leq 3$

فيما عدا ذلك

الحل

١) $\int_0^3 f(x) dx = 1$

$\int_0^3 (\frac{1}{6}x + k) dx = 1$

$\int_0^3 (\frac{1}{6}x + k) dx = 1$

$\int_0^3 (\frac{1}{6}x + k) dx = 1$

$\int_0^3 (\frac{1}{6}x + k) dx = 1$

$\int_0^3 (\frac{1}{6}x + k) dx = 1$

للأمانة: كده إنت داخل الإمتحان ومعاك ٣ أجزاء بس و زى ما قلنا
الجزء الرابع بيتكلم عن المتغير الطبيعي المعياري و ده بييجى عليه
مسألة واحدة بس ب ٤ درجات .

وبكده إنت ضامن بإذن الله ع الأقل ٢٠ / ٢٥ لأن هيبقى فيه سؤال
اختياري ممكن تسبب السؤال اللي فيه المتغير الطبيعي المعياري
وبكده تضمن تقفل إن شاء الله

لا تنساني من دعائك بظهر الغيب 😊



فكرة في الرياضيات