

المراجعة النهائية

تعليم دوت نت

فى مادة

الجبر

www.ta3leem.net

إعداد أ/ سيد معروف

# التباديل

التباديل:- هو كل ترتيب يمكن عمله من مجموعة الاشياء بأخذ بعضها أو كلها  
مبدأ العد:- إذا أمكن إجراء عملية بأحدى طرق مختلفة عددها م وكان لدينا فى الوقت  
 نفسه عملية أخرى يمكن إجراؤها بطرق عددها ن فإن عدد الطرق الممكنة  
 لإجراء العمليتين معا يساوى م × ن

قوانين التباديل:-

$$(1) \quad n! = n(n-1)(n-2) \dots (n-1)(n-2) \dots (1) \dots (1) \dots (1)$$

$$(2) \quad n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$(3) \quad n! = n \times (n-1)! \quad n! = n \times (n-2)! \times 2$$

$$(4) \quad \frac{n!}{n-r!} = n \times (n-1) \times \dots \times (n-r+1)$$

$$(5) \quad 0! = 1, \quad 1! = 1$$

**مثال** أوجد قيمة كلا مما يأتى  $5! \times 2$  ،  $7! \times 3$  ،  $9! \times 4$  ،  $5! \times 0$  ،  $10! \times 1$

**الحل**

$$10! = 1 \times 10$$

$$1 = 5 \times 0$$

$$20 = 4 \times 5 = 5! \times 2$$

$$210 = 5 \times 6 \times 7 = 3! \times 7$$

$$= 6 \times 7 \times 8 \times 9 = 4! \times 9$$

أوجد قيمة كلا من  $4!$  ،  $5!$  ،  $6!$

**الحل**

$$24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 4!$$

$$120 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 5!$$

$$720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = \underline{6}$$

مثال إذا كان  $20 = \frac{1+n}{1-n}$  فما قيمة  $n$

~~الحل~~

$$20 = \frac{1+n}{1-n} \Rightarrow 20(1-n) = 1+n$$

$$0 = (5+n)(4-n)$$

$$5-n = 0 \quad (مرفوض)$$

$$4 = n$$

$$20 = (1+n)n$$

$$0 = 20 - n + n^2$$

- |   |      |
|---|------|
| 1 | 5040 |
| 2 | 5040 |
| 3 | 2520 |
| 4 | 840  |
| 5 | 210  |
| 6 | 42   |
| 7 | 7    |
|   | 1    |

مثال إذا كان  $5040 = n$  فما قيمة  $n$

~~الحل~~

نقسم 5040 على 1 ثم على 2 ثم على 3 .....  
حتى يؤول خارج القسمة الى الواحد الصحيح

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = n$$

$$7 = n$$

مثال إذا كان  $n! = 60$  أوجد  $n$

~~الحل~~

$$3 \times 4 \times 5 = n$$

$$5 = n$$

مثال إذا كان  $10! = r$  فما قيمة  $r$

~~الحل~~

$$8 \times 9 \times 10 = r$$

$$3 = r$$

مثال إذا كان  $n! = 90$  أوجد  $n$

~~الحل~~

$$9 \times 10 = n!$$

$$10 = n$$

مثال إذا كان  $6! = r$  فما قيمة  $r$

~~الحل~~

$$5 \times 6 = r$$

$$2 = r$$

مثال إذا كان  $n^5 = 42 \times n^2 - 3$  فما قيمة  $n$

الحل

$$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$$

$$42 = (n-1)n$$

$$0 = 42 - n - n^2$$

$$0 = (n+6)(n-7)$$

$$n = 7 \quad n = -6 \text{ (مرفوض)}$$

مثال إذا كان  $n^2 = 42$  ،  $n - r = 120$  أوجد قيمتي  $n$  ،  $r$

الحل

$$120 = r - 7$$

$$42 = n^2$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 =$$

$$6 \times 7 =$$

$$2 = r$$

$$5 = r - 7$$

$$7 = n$$

مثال إذا كان  $n^3 = 210$  ،  $n^3 = 720$  أوجد  $m - n$

الحل

$$8 \times 9 \times 10 = 720 = n^3$$

$$5 \times 6 \times 7 = 210 = m^3$$

$$10 = n$$

$$7 = m$$

$$m - n = 7 - 10 = -3 = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

مثال إثبت أن  $100 = 2^{50} \times 50 \times (1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 99)$

الحل

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 97 \times 98 \times 99 \times 100 = 100!$$

$$100 \times 99 \times 98 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 =$$

$$(100 \times 98 \times \dots \times 6 \times 4 \times 2)(99 \times \dots \times 5 \times 3 \times 1) =$$

$$(50 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1) 2^{50} \times (99 \times \dots \times 5 \times 3 \times 1) =$$

$$= 2^{50} | 50 (1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 99)$$

## التوافيق

التوافيق :- هو كل مجموعة يمكن تكوينها من مجموعة من الاشياء مأخوذة كلها أو

بعضها بصرف النظر عن ترتيبها

فمثلا  ${}^5C_2$  هي عدد المجموعات الجزئية التي كل منها يتكون من عنصرين والتي يمكن

تكوينها من مجموعة مكونة من 5 عناصر بصرف النظر عن الترتيب

أما  ${}^5P_2$  هي عدد المجموعات الجزئية التي كل منها يتكون من عنصرين والتي يمكن

تكوينها من مجموعة مكونة من 5 عناصر مع مراعاة الترتيب

### قوانين التوافيق

$$(1) \quad \frac{{}^n C_r}{{}^n C_{n-r}} = 1$$

$$(2) \quad \frac{{}^n C_r}{{}^n C_{n-r}} = 1$$

$$(3) \quad {}^n C_r = {}^n C_{n-r} \quad \text{فمثلا } {}^7 C_2 = {}^7 C_5$$

$$(4) \quad {}^n C_0 = 1 = {}^n C_n$$

$$(5) \quad \text{إذا كان } {}^n C_s = {}^n C_r \quad \text{فان } s = r \quad \text{أو} \quad s + r = n$$

$$(6) \quad \frac{{}^n C_r}{{}^n C_{n-r}} = \frac{1+r-n}{r} \quad \text{فمثلا } \frac{{}^9 C_4}{{}^9 C_3} = \frac{1+4-9}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

لايجاد النسبة بين حدين غير متتاليين

$$1 = \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3-8}{4} \times \frac{4-8}{5} = \frac{{}^8 C_4}{{}^8 C_3} \times \frac{{}^8 C_5}{{}^8 C_4} = \frac{{}^8 C_5}{{}^8 C_3}$$

$$\frac{\text{نق الكبير}}{\text{نق الصغير}} = \frac{\text{نق الكبير}}{\text{نق الصغير}}$$

بكم طريقة يمكن يمكن انتخاب 3 لجان كل منها يتكون من شخصين من بين 10

مثال

أشخاص بحيث لا يشترك الشخص في أكثر من لجنة واحدة؟

الحل

يمكن انتخاب اللجنة الاولى بعدد من الطرق =  $10 \text{ ق} 2 = \frac{9 \times 10}{1 \times 2} = 45$  طريقة

إذا انتخبنا اثنين للجنة الاولى يتبقى 8 أشخاص ينتخب منهم 2 للجنة الثانية بعدد من

الطرق =  $8 \text{ ق} 2 = \frac{7 \times 8}{1 \times 2} = 28$  طريقة

وأخيرا يتبقى 6 أشخاص ينتخب منهم 2 للجنة الثالثة بعدد من الطرق

=  $6 \text{ ق} 2 = \frac{5 \times 6}{1 \times 2} = 15$  طريقة

∴ عدد الطرق التي يمكن بها اختيار اللجان الثلاث =  $18900 = 15 \times 28 \times 45$

أعلنت شركة عن وجود 5 وظائف بها يشترط أن تشغل سيدتان وظيفتين منها

مثال

فتقدم لها 7 رجال ، 4 سيدات بكم طريقة يمكن اختيار الأشخاص الخمسة

الحل

يمكن اختيار 3 رجال بطرق عددها =  $7 \text{ ق} 3 = \frac{5 \times 6 \times 7}{1 \times 2 \times 3} = 35$

يمكن اختيار سيدتان بطرق عددها =  $4 \text{ ق} 2 = \frac{3 \times 4}{1 \times 2} = 6$

عدد الطرق الممكنة لاختيار الأشخاص الخمسة =  $210 = 6 \times 35$

إذا أريد انتخاب 11 رجل من بين 14 رجلا فما عدد الطرق للانتخاب

مثال

الحل

عدد الطرق =  $14 \text{ ق} 11 = 3 \text{ ق} 14 = \frac{12 \times 13 \times 14}{1 \times 2 \times 3} = 364$

أوجد قيمة كلا من  $10$  ق $3$ ،  $13$  ق $4$ ،  $20$  ق $17$ ،  $15$  ق $0$ ،  $10$  ق $10$

مثال

الحل

$$715 = \frac{10 \times 11 \times 12 \times 13}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = {}_4\text{ق}13 \quad 120 = \frac{8 \times 9 \times 10}{1 \times 2 \times 3} = {}_3\text{ق}10$$

$$= \frac{18 \times 19 \times 20}{1 \times 2 \times 3} = {}_3\text{ق}20 = {}_{17}\text{ق}20$$

$$1 = {}_{10}\text{ق}10$$

$$1 = {}_0\text{ق}15$$

إذا كان  $10 = {}_3\text{ق}10$  أوجد قيمة  $n$

مثال

الحل

$$10 = {}_3\text{ق}n$$

$$10 = \frac{n!}{3!}$$

$$60 = 1 \times 2 \times 3 \times 10 = {}_3\text{ق}10$$

$$3 \times 4 \times 5 = {}_3\text{ق}n$$

$$5 = n$$

$$20 = {}_3\text{ق}n$$

$$10 = \frac{(2-n)(1-n)}{1 \times 2 \times 3}$$

$$60 = (2-n)(1-n)$$

$$3 \times 4 \times 5 = (2-n)(1-n)$$

$$5 = n$$

قانون التبسيط  $n$  ق $r$  =  $n$  ق $n-r$

إذا كان  $45 = {}_2\text{ق}n$  أوجد  $n$

مثال

الحل

$$90 = (1-n) \times n$$

$$0 = 90 - n - n^2$$

$$0 = (9+n)(10-n)$$

$$45 = {}_2\text{ق}n$$

$$45 = \frac{n!}{2!}$$

$$45 = \frac{(1-n) \times n}{1 \times 2}$$

رياضة 2

$$10 = ن \quad 9 = ن \text{ (مرفوض)}$$

مثال إذا كان نق3 : نق2+4 = 5 : 18 فما قيمة ن؟

الحل

$$\frac{5}{18} = \frac{4}{2+ن} \times \frac{ن}{3-ن}$$

$$\frac{5}{18} = \frac{4}{2+ن} \times \frac{ن}{3-ن}$$

$$\frac{5}{18} = \frac{3 \times 4 \times (2-ن)}{ن(1+ن)(2+ن)} \times \frac{ن}{3-ن}$$

$$0 = 154 + ن 57 - 2ن 5$$

$$\frac{5}{18} = \frac{8-ن 4}{2+ن 3+2ن}$$

$$0 = (22 - ن 5)(7 - ن)$$

$$144 - 72ن = 10 + 15ن + 2ن 5$$

$$\frac{22}{5} = ن \text{ (مرفوض)}$$

$$7 = ن$$

مثال إذا كان نلر = 720 ، نقر = 120 أوجد قيمة كلامن ن ، ر

الحل

$$720 = 3ن$$

$$120 = نقر$$

$$8 \times 9 \times 10 = 3ن$$

$$120 = \frac{لر}{ر}$$

$$10 = ن$$

$$120 = \frac{720}{ر}$$

$$720 = 120 ر$$

$$6 = ر$$

$$1 \times 2 \times 3 = ر$$



$$3 = r$$

مثال

إثبت أن  $n - n^1 + n^1 - n + n^1 + n^1 = n^1 + n^1$  ومن ذلك أوجد قيمة  $10^6 + 10^7$

~~الحل~~

$$\begin{aligned} & \frac{1-n}{2-m-n} + \frac{1-n}{1-m-n} = \text{الايمن} \\ & \frac{1-n}{2-m-n} + \frac{1-n}{1-m-n} = \frac{1-n}{2-m-n} + \frac{1-n}{1-m-n} \\ & \left[ \frac{1}{1+m} + \frac{1}{1-m-n} \right] \frac{1-n}{2-m-n} = \frac{1-n}{2-m-n} \\ & \frac{1-n}{(1+m)(1-m-n)} \times \frac{1-n}{2-m-n} = \frac{1-m-n+1+m}{(1+m)(1-m-n)} \times \frac{1-n}{2-m-n} = \frac{1-n}{1+m} = \frac{n}{1+m} \end{aligned}$$

$$330 = \frac{8 \times 9 \times 10 \times 11}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 1^4 = 1^7 = 10^7 + 10^6 = \text{المقدار}$$

إثبت أن  $n^r - n = \frac{n}{r-n} \times n^r$

مثال

~~الحل~~

$$\begin{aligned} & \frac{1-n}{1-r-n} \times \frac{n}{r-n} = \text{الايمن} \\ & \frac{1-n}{1-r-n} \times \frac{n}{r-n} = \frac{n}{r-n} \\ & \frac{1-n}{1-r-n} = \frac{n}{r-n} = \text{الايمن} \end{aligned}$$

إذا كان  $ن ق س = ن ق ص$  فان  
(1)  $س = ص$  أو (2)  $ن = س + ص$

مثال أوجد قيمة  $س$  التي تحقق أن  $14 ق 2 س = 14 ق 3 س - 6$

الحل

$$\begin{aligned} \text{أما } 2س = 3س - 6 & \quad \text{أو} \quad 2س + 3س = 14 - 6 \\ 6 - 3س = 6 - 6 & \quad 5س = 8 \\ 6 - 3س = 0 & \quad 20 = 5س \\ 6 = 3س & \quad 4 = س \end{aligned}$$

مثال إذا كان  $11 ق 3 س = 11 ق 2 س - 7$  أوجد قيمة  $س$

الحل

$$\begin{aligned} 3س = 2س - 7 & \quad \text{أو} \quad 3س + 2س = 11 - 7 \\ 3س - 2س = 7 - 7 & \quad 5س = 4 \\ 0 = 3س - 7 & \quad 0 = 18 - 3س \\ \text{لا تحل} & \quad 0 = (3 - س)(6 + س) \\ 3س = 7 & \quad 3س = 6 - (6 - س) \\ 3س = 3 & \quad 3س = 6 - 6 + س \end{aligned}$$

مثال إذا كان  $75 ق 4 ر = 75 ق 3 ر + 5$  أوجد قيمة  $ر$

الحل

$$\begin{aligned} 4 ر = 3 ر + 5 & \quad \text{أو} \quad 4 ر + 3 ر = 75 + 5 \\ 4 ر - 3 ر = 5 - 5 & \quad 7 ر = 80 \\ 4 ر - 3 ر = 0 & \quad 5 - 75 = 7 ر \end{aligned}$$

$$70 = 7r$$

$$10 = r$$

$$5 = r$$

## قانون النسبة

$$\frac{\text{ن} - \text{الصغير}}{\text{الكبير}} = \text{أو}$$

$$\frac{1 + r - \text{ن}}{r} = \frac{\text{ن قدر}}{\text{ن قدر} - 1}$$

$$\frac{17 \text{ ق} 8}{17 \text{ ق} 6}, \frac{10 \text{ ق} 5}{10 \text{ ق} 6}, \frac{15 \text{ ق} 7}{15 \text{ ق} 6}$$

أوجد قيمة كلا من

مثال

الحل

$$\frac{6}{5} = \frac{6}{5 - 10} = \frac{5 \text{ ق} 10}{6 \text{ ق} 10}, \quad \frac{9}{7} = \frac{6 - 15}{7} = \frac{7 \text{ ق} 15}{6 \text{ ق} 15}$$

$$\frac{55}{42} = \frac{11}{7} \times \frac{10}{8} = \frac{6 - 17}{7} \times \frac{7 - 17}{8} = \frac{7 \text{ ق} 17}{6 \text{ ق} 17} \times \frac{8 \text{ ق} 17}{7 \text{ ق} 17} = \frac{8 \text{ ق} 17}{6 \text{ ق} 17}$$

إذا كان ن ق 4 : ن ق 3 =  $\frac{3}{2}$  فما قيمة ن

مثال

الحل

$$12 = 6 - 2\text{ن}$$

$$18 = 2\text{ن}$$

$$9 = \text{ن}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3 - \text{ن}}{4} \therefore \frac{3}{2} = \frac{4 \text{ ق} 4}{3 \text{ ق} 3}$$

إذا كان  $210 = 2^{\text{ن}+1}$  ،  $35 = 3^{\text{ن}-3}$  أوجد قيمتي م ، ن

مثال

الحل

$$5 \times 6 \times 7 = (5 - \text{ن})(4 - \text{ن})(3 - \text{ن})$$

$$10 = \text{ن} \quad 7 = 3 - \text{ن}$$

بالتعويض في المعادلة الاولى نجد أن

إعداد أ/ سيد معروف

$$14 \times 15 = 210 = 2^{\text{ن}+1}$$

$$15 = \text{ن} + \text{م}$$

$$35 = 3^{\text{ن}-3}$$

$$(5 - \text{ن})(4 - 2)$$

$5 = م$

$15 = 10 + م$

$35 =$

إذا كان  $ن$  ق3 :  $ن-1$  ق4 =  $8 : 5$  أوجد قيمة  $ن$

مثال

الحل

$$\frac{8}{5} = \frac{4 | 5 - ن |}{3 | 3 - ن |} \times \frac{ن |}{3 |}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{3 ق |}{4 ق |} \frac{ن-1 |}{ن |}$$

$$\begin{aligned} 8ن^2 - 56ن + 96 &= 20ن \\ 4 \div 0 &= 96 + 76ن - 2ن^2 \\ 0 &= 24 + 19ن - 2ن^2 \\ 0 &= (8 - ن)(3 - 2ن) \\ 8 &= ن \end{aligned}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{4 | 5 - ن |}{1 - ن |} \times \frac{ن | 1 - ن |}{3 | (4 - ن)(3 - ن) |}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{4ن}{12 + 7ن - 2ن^2}$$

إذا كان  $ن$  ق5 =  $\frac{1}{2} (ن ق4 + ن ق6)$  فما قيمة  $ن$

مثال

الحل

$$\frac{20 + ن 9 - 2ن^2 + 30}{24 - 6ن} = 2 \div ن ق5$$

$$2 ن ق5 = 4 قن + 6 قن$$

$$\begin{aligned} 48 - 12ن &= 20 + ن 9 - 2ن^2 + 30 \\ 0 &= 98 + ن 21 - 2ن^2 \\ &= (14 - ن)(7 - ن) \\ 14 &= ن \quad 7 = ن \end{aligned}$$

$$\frac{6 قن}{5 قن} + \frac{4 قن}{5 قن} = 2$$

$$\frac{5 - ن}{6} + \frac{5}{4 - ن} = 2$$

إذا كان  $ن ق9 < ن ق8$  أثبت أن  $ن < 17$

مثال

الحل

$$9 < 8 - ن$$

$$8 + 9 < ن$$

$$17 < ن$$

$$ن ق9 < ن ق8$$

$$1 < \frac{ن ق9}{ن ق8}$$

$$8 - ن$$

$$9 \geq 2$$

$$1 < \text{-----}$$

مثال إذا كان  $n$  ق ر :  $n$  ق ر + 1 :  $n$  ق ر + 2 = 3 : 8 : 14 أوجد قيمة  $n$  ، ر

الحل

$$4n - 4r = 14 + r$$

$$(2) \quad 18 = 11r - 4n$$

بحل المعادلتين معا

$$4n - 11r = 18$$

$$3n - 11r = 8$$

$$\text{بالطرح} \quad \text{-----}$$

$$n = 10$$

بالتعويض في الاولى

$$8 = 11r - 10 \times 3$$

$$22 = 30 - 8 = 11r -$$

$$r = 2$$

$$\frac{8}{3} = \frac{n}{1+r}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{n-r}{1+r}$$

$$8 + r = 3n - r$$

$$(1) \quad 8 = 11r - 3n$$

$$\frac{14}{8} = \frac{n}{1+r}$$

$$\frac{7}{4} = \frac{1-r-n}{2+r}$$

مثال إذا كان  $n$  ق ر  $(n^2 = 2 \times 6^1 \times 4^1)$  أوجد قيمة  $n$  ، ر

الحل

$$5 + r = 24 - 6r$$

$$24 + 5 = r - 6r$$

$$r = 29$$

$$5^1 \times 5^1 = 6^1 \times 4^1$$

$$\frac{5^1}{6^1} = \frac{5^1}{4^1}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{4-r}{5+r}$$

$$\frac{1+r}{6} = \frac{4-r}{5}$$

## نظرية ذات الحدين

$$(أ + ب)^ن = أن + ن ق 1 ب 1 أن-1 + ن ق 2 ب 2 أن-2 + ..... + ن ق ن ب ن$$

$$(أ - ب)^ن = أن - ن ق 1 ب 1 أن-1 + ن ق 2 ب 2 أن-2 + ..... + ن ق ن ب ن$$

حالة خاصة

$$(س + 1)^ن = 1 + ن ق 1 س + ن ق 2 س 2 + ن ق 3 س 3 + ..... + ن ق ن س ن$$

$$= 1 + ن ق 1 س + ن ق 2 س 2 + ن ق 3 س 3 + ..... + ن ق ن س ن$$

\*\*\*\*\*

أوجد مفكوك (أ + ب)<sup>5</sup>

مثال

(2) حسب قوى التصاعديّة

(1) حسب قوى التنازليّة

الحل

(1) حسب قوى التنازليّة

$$(أ + ب)^5 = 5^0 + 5 ق 1 ب 1 أ^4 + 5 ق 2 ب 2 أ^3 + 5 ق 3 ب 3 أ^2 + 5 ق 4 ب 4 أ + 5 ب^5$$

$$= 5^0 + 5 ق 1 ب 1 أ^4 + 10 ق 2 ب 2 أ^3 + 10 ق 3 ب 3 أ^2 + 5 ق 4 ب 4 أ + 5 ب^5$$

(2) حسب قوى التصاعديّة

$$(أ + ب)^5 = 5 ب^5 + 5 ق 1 ب 4 أ + 5 ق 2 ب 3 أ^2 + 5 ق 3 ب 2 أ^3 + 5 ق 4 ب 1 أ^4 + 5 أ^5$$

$$= 5 ب^5 + 5 ق 1 ب 4 أ + 10 ق 2 ب 3 أ^2 + 10 ق 3 ب 2 أ^3 + 5 ق 4 ب 1 أ^4 + 5 أ^5$$

\*\*\*\*\*

أوجد مفكوك (س + 1)<sup>7</sup> حسب قوى التصاعديّة

مثال

الحل

$$(س + 1)^7 = 1 + 7 ق 1 س + 7 ق 2 س 2 + 7 ق 3 س 3 + 7 ق 4 س 4 + 7 ق 5 س 5 + 7 ق 6 س 6 + 7 ق 7 س 7$$

$$= 1 + 7 ق 1 س + 21 ق 2 س 2 + 35 ق 3 س 3 + 35 ق 4 س 4 + 21 ق 5 س 5 + 7 ق 6 س 6 + 7 ق 7 س 7$$

$$= 1 + 7 ق 1 س + 21 ق 2 س 2 + 35 ق 3 س 3 + 35 ق 4 س 4 + 21 ق 5 س 5 + 7 ق 6 س 6 + 7 ق 7 س 7$$

\*\*\*\*\*

أوجد مفكوك (س - 2)<sup>4</sup> حسب قوى التنازليّة

مثال

الحل

$$(س - 2)^4 = 4 س^4 + 4 ق 1 س 3 (-2) + 4 ق 2 س 2 (-2)^2 + 4 ق 3 س 1 (-2)^3 + 4 ق 4 س 0 (-2)^4$$

$$= 4 س^4 - 8 ق 1 س 3 + 24 ق 2 س 2 - 32 ق 3 س + 16 ق 4 س 0$$

مثال

أوجد مفكوك ( 2س - 3ص )<sup>3</sup>

الحل

$$(2س - 3ص)^3 = (2س)^3 + 3(2س)^2(3ص) + 3(2س)(3ص)^2 + (3ص)^3$$
$$= 8س^3 + 36ص^2س + 54ص^2س + 27ص^3$$

\*\*\*\*\*

مثال

أوجد (0.98)<sup>5</sup> لاربعة أرقام عشرية

الحل

$$(0.98 - 1)^5 = 1 + 5(0.02) + 10(0.02)^2 + 10(0.02)^3 + 5(0.02)^4 + (0.02)^5$$
$$= 1 + 0.1 + 0.004 + 0.0004 + 0.00008 + 0.0000008$$
$$= 0.9039$$

\*\*\*\*\*

مثال

أوجد ( 1.2 )<sup>5</sup> لاقرب ثلاث أرقام عشرية

الحل

$$(0.2 + 1)^5 = 1 + 5(0.2) + 10(0.2)^2 + 10(0.2)^3 + 5(0.2)^4 + (0.2)^5$$
$$= 1 + 1 + 0.4 + 0.08 + 0.008 + 0.00016$$
$$= 2.488$$

\*\*\*\*\*

تدريب

(1) باستخدام نظرية ذات الحدين أوجد قيمة

[104060401]

[ أ ] (101)<sup>4</sup>

[1.157625]

[ب] (1.05)<sup>3</sup>

[ 0.94148 ]

[ج] (0.99)<sup>6</sup> لاقرب خمسة أرقام عشرية

(2) أوجد مفكوك كلا من

[ هـ ] (3س - 2)<sup>5</sup>

[ أ ] (أ + ب)<sup>7</sup>

[ و ] (2س - 3)<sup>7</sup>

[ ب ] (2أ - ب)<sup>5</sup>

[س] (1 + 2أ)<sup>5</sup>

[ج] (س + س<sup>-1</sup>)<sup>6</sup>

$$^4[ص] (1+س)$$

$$^5[ع] (+1)$$

الحد العام في مفكوك (س + ص) ن يعطى من العلاقة  
ح + ر = 1 + ن<sup>ق</sup> (الثاني) ر (الاول) ن - ر  
معامل ح + ر = 1 + ن<sup>ق</sup> (معامل الثاني) ر (معامل الاول) ن - ر

\*\*\*\*\*

أوجد الحد الخامس في مفكوك (2س + 3ص)<sup>10</sup>

مثال

~~الحل~~

$$ح + ر = 1 + ن<sup>ق</sup> (الثاني) ر (الاول) ن - ر$$

$$8ح = 10<sup>ق</sup> 7 (ص) 7 (س) 3 = 10<sup>ق</sup> 3 × 2187 × 8<sup>س</sup> 3$$

$$= \frac{8 \times 9 \times 10}{1 \times 2 \times 3} \times 2187 \times 8<sup>س</sup> 7 = 2099520<sup>س</sup> 7$$

\*\*\*\*\*

أوجد الحد الرابع من النهاية في مفكوك (3س - 2ص)<sup>15</sup>

مثال

~~الحل~~

لايجاد الحد الرابع من النهاية نقرب المفكوك ونوجد الحد الرابع من البداية

فيكون المفكوك (-2ص + 3س)<sup>15</sup>

$$4ح = 15<sup>ق</sup> 3 (س) 3 (-2ص) 12 = \frac{13 \times 14 \times 15}{1 \times 2 \times 3} \times 27<sup>س</sup> 3 \times 1024<sup>ص</sup> 12$$

$$= 12579840<sup>س</sup> 3<sup>ص</sup> 12$$

\*\*\*\*\*

أوجد معامل الحد الخامس في مفكوك (2س + 3ص)<sup>6</sup>

مثال

~~الحل~~

$$معامل ح + ر = 1 + ن<sup>ق</sup> (معامل الثاني) ر (معامل الاول) ن - ر$$



$$4860 = 4 \times 81 \times 15 = 2^2(3)^4(5) = 5 \text{ ح } 4 \text{ ق } (3)^4 (2)^2$$

الحد الاوسط في مفكوك (أ + ب)<sup>ن</sup>

1- إذا كانت ن (الاس) زوجيا فان عدد حدود المفكوك ن+1 (فرديا) ولهذا

$$\text{يوجد حد اوسط واحد رتبته } 1 + \frac{ن}{2}$$

2- إذا كانت ن (الاس) فرديا فان عدد الحدود ن+1 (زوجيا) ولهذا يوجد حدان

$$\text{اوسطان رتبيتهما } \frac{ن+1}{2} , \frac{ن+3}{2}$$

\*\*\*\*\*

**مثال** أوجد الحد الاوسط في مفكوك (3س + 2)<sup>12</sup>

~~الحل~~

$$\text{رتبة الحد الاوسط} = 1 + \frac{ن}{2} = 1 + \frac{12}{2} = 1 + 6 = 7$$

$$\text{ح } = 12 \text{ ق } 6 (2)^6 (3)^6 = 924 \times 64 \times 729 \text{ س } 6$$

\*\*\*\*\*

**مثال** أوجد الحدان الاوسطان في مفكوك (3س + 2)<sup>9</sup>

~~الحل~~

الحدان الاوسطان هما ح 5 ، ح 6

$$\text{ح } 5 = 9 \text{ ق } 4 (3)^4 (2)^5 = 126 \times 81 \times 32 \text{ س } 5 = 326592 \text{ س } 5$$

$$\text{ح } 6 = 9 \text{ ق } 5 (3)^5 (2)^4 = 126 \times 243 \times 16 \text{ س } 4 = 489888 \text{ س } 4$$

\*\*\*\*\*

**مثال** إذا كان الحدان الاوسطان في مفكوك (5س + 4ص)<sup>7</sup> متساويان إثبت أن

$$\text{س} = \frac{4}{5} \text{ ص}$$

$$5\text{ح} = 4\text{ح}$$

$$7 \text{ ق } 3 (4\text{ص})^3 (5\text{س})^4 = 7 \text{ ق } 4 (4\text{ص})^4 (5\text{س})^3$$

$$5\text{س} = 4\text{ص}$$

س = ص

مثال إذا كان الحد الرابع والاولى في مفكوك ( 3 + 2 )<sup>8</sup> متساويان إثبت أن أ : ب = 5 : 6

الحل

الحد الاوسط هو ح 5

$$5ح = 4ح$$

$$4(3)^4(2)^4(ح)^8 = 3(2)^3(3)^5(ح)^5$$

$$2 \times \frac{5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 3 \times \frac{6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3}$$

$$\frac{5}{2} = 3$$

$$\frac{5}{6} = \frac{أ}{ب}$$

$$أ 6 = 5 ب$$

مثال إذا كان معامل الحدين الرابع والسادس من مفكوك ( 1 + س )<sup>ن</sup> هما 21 ، 35 على الترتيب فما قيمة ن

الحل

$$\frac{2520}{210} = \frac{ن(ن-1)(ن-2)(ن-3)(ن-4)}{ن(ن-1)(ن-2)}$$

$$12 = (4 - ن)(3 - ن)$$

$$12 = 12 + ن 7 - 2ن$$

$$0 = ن 7 - 2ن$$

$$0 = (7 - ن) ن$$

$$7 = ن$$

$$معامل ح 4 = 3ق 35 = 3ق$$

$$35 = \frac{ن(ن-1)(ن-2)}{1 \times 2 \times 3}$$

$$210 = (2 - ن)(1 - ن) ن$$

$$معامل ح 6 = 5ق 21 = 5ق$$

$$21 = \frac{ن(ن-1)(ن-2)(ن-3)(ن-4)}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$$

$$2520 = (4 - ن)(3 - ن)(2 - ن)(1 - ن) ن$$

## معامل أى قوة والحد الخالى من س

أوجد معامل س<sup>15</sup> والحد الخالى من س فى مفكوك (س<sup>3</sup> +  $\frac{3}{2}$ س)<sup>10</sup>

مثال

~~الحل~~

$$10 \text{ ق } \left(\frac{3}{2}\right) \text{ ر } (س^3)^{10-ر} = 1 + \text{ح} \quad 10 \text{ ق } 3 \text{ ر } - 2 \text{ ر } \times س^{3-30}$$

$$= 10 \text{ ق } 3 \text{ ر } \times س^{5-30}$$

لايجاد الحد الخالى من س نضع

$$س^{5-30} = 0$$

$$0 = 5 - 30$$

$$30 = 5$$

$$6 = ر$$

الحد الخالى من س هو ح<sup>6</sup>

$$153090 = 6 \text{ ق } 3 \times 6^{10} = 7 \text{ ح}$$

لايجاد الحد المشتمل على س<sup>5</sup> نضع

$$س^{5-30} = 15$$

$$15 = 5 - 30$$

$$15 - = 30 - 15 = 5 -$$

$$3 = ر$$

الحد المشتمل على س<sup>15</sup> هو ح<sup>4</sup>

$$3240 = 4 \text{ ق } 3 \times 3^3 = 4 \text{ ح}$$

فى مفكوك (س<sup>2</sup> +  $\frac{أ}{س}$ )<sup>5</sup> اذا كان معامل س يساوى 80 فما قيمة أ

مثال

~~الحل~~

$$5 \text{ ق } \left(\frac{أ}{س}\right) \text{ ر } (س^2)^{5-ر} = 1 + \text{ح} \quad 5 \text{ ق } أ \text{ ر } - 2 \text{ ر } \times س^{2-10}$$

$$= 5 \text{ ق } أ \text{ ر } \times س^{3-10}$$

$$معامل ح^4 = 80$$

$$80 = 5 \text{ ق } 3 \text{ أ}^3$$

$$80 = 3 \text{ أ}^{10}$$

$$8 = 3 \text{ أ}$$

لايجاد الحد المشتمل على س نضع

$$س^{3-10} = س$$

$$1 = 3 - 10$$

$$9 = 3$$

$$2 = أ$$

$$3 = ر$$

الحد المشترك على س هو ح4

مثال إثبت أنه لا يوجد حد خالي من س في مفكوك  $11 \left( \frac{3}{س} + \frac{س}{3} \right)$

مثال

~~الحل~~

$$ح + 1 = 11 = 11 \left( \frac{3}{س} \right) + 11 \left( \frac{س}{3} \right) = 11 \times \frac{3}{س} + 11 \times \frac{س}{3} = 3 \times ر - 11 + 3 \times ر - 11 = 3 \times ر - 11 - 3 \times ر + 11 + 1 = 1$$

$$11 = 3 \times ر - 11 - 3 \times ر + 11 + 1 = 1$$

$$\frac{11}{2} = ر \text{ (مرفوض)}$$

$$11 = 2ر$$

$$\text{نضع س } 2 - 11 = س \text{ صفر}$$

لا يوجد حد خالي من س في هذا المفكوك

$$0 = 2ر - 11$$

مثال إثبت أنه لا يوجد حد يحتوي على س<sup>8</sup> في مفكوك  $14 \left( \frac{4}{س} - 2س \right)$

مثال

~~الحل~~

$$ح + 1 = 14 = 14 \left( \frac{4}{س} \right) - 14 \left( 2س \right) = 14 \times \frac{4}{س} - 14 \times 2س = 4 \times ر - 28ر = 4 \times ر - 28ر - 4 \times ر + 28ر + 1 = 1$$

$$14 = 4 \times ر - 28ر - 4 \times ر + 28ر + 1 = 1$$

$$\frac{20}{2} = ر \text{ (مرفوض)}$$

$$20 = 3ر$$

$$\text{نضع س } 3 - 28 = س \text{ صفر}$$

لا يوجد حد يحتوي على س<sup>8</sup> في هذا المفكوك

$$8 = 3ر - 28$$

مثال في مفكوك  $\left( \frac{1}{س} + س \right)$  ن إذا كان الحد الخالي من س هو ح5 أوجد ن

مثال

~~الحل~~

$$ح + 1 = 1 = 1 \left( \frac{1}{س} \right) + 1 \left( س \right) = 1 \times \frac{1}{س} + 1 \times س = 1 \times ر - ن + 1 \times ر - ن = 2ر - 2ن = 1$$

الحد الخالي من س هو ح5

$$0 = 8 - ن$$

$$8 = ن$$

$$4 = ر$$

$$0 = 2ر - ن$$

$$0 = 4 \times 2 - ن$$

مثال

إذا كانت ن عددا صحيحا موجبا فأثبت أنه لا يوجد حد خال من س في مفكوك

(س<sup>5</sup> +  $\frac{1}{2}$ )<sup>ن</sup> إلا إذا كانت ن = 7 أو مكررا لها ثم أوجد رتبة وقيمة الحد

الخال من س عندما تكون ن = 14

الحل

$$\text{ح} + 1 = \text{ن} \text{ ق} \left( \frac{1}{2} \right) \text{ ر} \quad (\text{س}^5)^{\text{ن}} = \text{ن} \text{ ق} \text{ ر} \text{ س}^{-2} \times \text{س}^5 = \text{ن} \text{ ق} \text{ ر} \text{ س}^{-5} = \text{ن} \text{ ق} \text{ ر} \text{ س}^{-5} - \text{ن} - 7$$

$$\begin{aligned} \text{عندما ن} &= 14 \\ \text{ر} &= \frac{14 \times 5}{7} = 10 \end{aligned}$$

رتبة الحد الخالي من س هو ح = 11

$$\text{ح} = 11 = 14 \text{ ق} = 10 \text{ ق} = 14 \text{ ق} = 4 \text{ ق} = 1001$$

لايجاد رتبة الحد الخالي من س نضع

$$\text{س}^5 - \text{ن} = 7 - \text{ن} = 0$$

$$5 - \text{ن} = 7 - \text{ن} = 0$$

$$7 = \text{ن} = 5$$

$$\text{ر} = \frac{5}{7}$$

لكي يوجد حد خال من س لابد من أن

تكون ر عدد صحيح موجب وهذا لا

يتحقق إلا إذا كانت ن = 7 أو مكررا لها

مثال

في مفكوك (س<sup>2</sup> +  $\frac{3}{2}$ )<sup>12</sup> أوجد معامل  $\frac{1}{4}$

الحل

$$\text{ح} + 1 = \text{ن} \text{ ق} \left( \frac{3}{2} \right) \text{ ر} \quad (\text{س}^2)^{\text{ن}} = \text{ن} \text{ ق} \text{ ر} \text{ س}^{-3} \times \text{س}^2 = \text{ن} \text{ ق} \text{ ر} \text{ س}^{-12} = \text{ن} \text{ ق} \text{ ر} \text{ س}^{-12} - \text{ن} - 12$$

$$12 = \text{ن} \text{ ق} \left( \frac{3}{2} \right) \text{ ر} \quad \text{س}^2 \times \text{س}^{-12} = \text{س}^{-10} = \text{س}^{-12} \times \text{س}^2 = \text{س}^{-12} \times \text{س}^2 = \text{س}^{-10}$$

لايجاد الحد المشتمل على س<sup>-4</sup>

$$4 = \text{ر}$$

$$-4 = 16 - \text{ر}$$

$$-4 = 4 - 12$$

$$\text{س}^{-4} = \text{س}^{-12} \times \text{س}^4$$

$$\text{معامل ح} = 5 = 12 \text{ ق} \left( \frac{3}{2} \right) \text{ ر} = 8 \times 2^4 = 8 \times 16 = 128$$

النسبة بين حدين متتاليين في مفكوك (س + ص) ن

$$\frac{\text{معامل الثاني}}{\text{معامل الاول}} \times \frac{1+r-n}{r} = \frac{\text{معامل ح}+1}{\text{معامل ح}r} \quad \text{،،،} \quad \frac{\text{الثاني}}{\text{الاول}} \times \frac{1+r-n}{r} = \frac{1+r}{\text{ح}r}$$

\*\*\*\*\*

مثال

في مفكوك (2س + 3ص) 12 أوجد

(1)  $\frac{6\text{ح}}{5\text{ح}}$  (2)  $\frac{6\text{ح}}{7\text{ح}}$  (3)  $\frac{7\text{ح}}{5\text{ح}}$  (4)  $\frac{\text{معامل ح}5}{\text{معامل ح}4}$

الحل

$$\frac{6\text{ح}}{5\text{ح}} = \frac{\text{معامل ح}3}{\text{معامل ح}2} \times \frac{1+5-12}{5} = \frac{\text{معامل ح}3}{\text{معامل ح}2} \times \frac{1+5-12}{5} = \frac{6\text{ح}}{5\text{ح}}$$

$$\frac{6\text{ح}}{7\text{ح}} = \frac{\text{معامل ح}2}{\text{معامل ح}3} \times \frac{1+6-12}{7} = \frac{\text{معامل ح}2}{\text{معامل ح}3} \times \frac{1+6-12}{7} = \frac{6\text{ح}}{7\text{ح}}$$

$$\frac{7\text{ح}}{5\text{ح}} = \frac{\text{معامل ح}3}{\text{معامل ح}2} \times \frac{1+5-12}{5} \times \frac{\text{معامل ح}3}{\text{معامل ح}2} \times \frac{1+6-12}{6} = \frac{6\text{ح}}{5\text{ح}} \times \frac{7\text{ح}}{6\text{ح}} = \frac{7\text{ح}}{5\text{ح}}$$

$$\frac{21\text{ص}^2}{5\text{س}^2} = \frac{\text{معامل ح}9}{\text{معامل ح}4} \times \frac{8}{5} \times \frac{7}{6} =$$

$$\frac{27}{8} = \frac{3}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{1+4-12}{4} = \frac{5\text{ح}}{4\text{ح}}$$

إذا كانت النسبة بين الحدين الرابع والخامس من مفكوك (5 - 3س) 8 تساوى -2 : 3 أوجد قيمة س

مثال

الحل

$$6- = 12 - س$$

$$س = 2$$

$$\frac{3-}{2} = \frac{5\text{ح}}{4\text{ح}}$$

$$\frac{3-}{2} = \frac{\text{معامل ح}3-}{\text{معامل ح}5} \times \frac{1+4-8}{4}$$

رياضة 3- 2

في مفكوك ( 1 + س ) ن إذا كانت النسبة بين معاملات ثلاث حدود متتالية كنسبة 15 : 42 : 91 على الترتيب فما قيمة ن وما ترتيب هذه الحدود

مثال

الحل

نفرض أن هذه الحدود ح ر ، ح + 1 ، ح + 2  
بحل المعادلتين معا

$$\frac{42}{15} = \frac{1+ح}{ح} \quad \leftarrow \quad \frac{14}{5} = \frac{1+ر-ن}{ر}$$

$$13 = 19 - 6ن$$

$$5 = 19 - 5ن$$

$$14 = 5 + ر$$

$$(1) \quad 5 = 19 - ر$$

$$18 = ن$$

$$13 = 19 - 18 \times 6$$

$$\frac{91}{42} = \frac{1+(1+ر)-ن}{1+ر}$$

$$\frac{91}{42} = \frac{2+ح}{1+ح}$$

$$13 = 19 - 108$$

$$108 - 13 = 19 - ر$$

$$\frac{13}{6} = \frac{ر-ن}{1+ر}$$

$$5 = ر \quad 95 = 19 - ر$$

$$13 + 13 = ر - 6$$

الحدود هي ح 5 ، ح 6 ، ح 7

$$13 = 19 - 6ن$$

في مفكوك ( 4 + 7 س ) 14 إذا النسبة بين الحد الاوسط والحد السابع: 3 : 2  
إوجد قيمة س

مثال

الحل

$$8 = 24س$$

$$\frac{1}{3} = \frac{8}{24} = س$$

الحد الاوسط ح 8

$$\frac{2}{3} = \frac{8ح}{7ح}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{7س}{4} \times \frac{1+7-14}{7}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8س}{4}$$

مثال في مفكوك (1 + س) إذا كان 2 معامل حر + 1 = معامل حر + معامل حر + 2  
أوجد قيمة ر

الحل

$$\frac{2r^2 + r + 15 - 56 + r + 2r}{r - 2r - 8 + 8} = 2$$

$$\frac{56 + r + 14 - 2r^2}{8 + r + 7 + 2r} = 2$$

$$16 + r + 14 + 2r - 56 + r + 14 - 2r^2 = 2$$

$$0 = 40 + r + 28 - 2r^2$$

$$0 = 10 + r + 7 - 2r^2$$

$$0 = (5 - r)(2 - r)$$

$$5 = r$$

$$2 = r$$

2 معامل حر + 1 = معامل حر + معامل حر + 2

÷ معامل حر +

$$\frac{\text{معامل حر} + 2}{\text{معامل حر} + 1} = 2$$

$$\frac{1 + (1 + r) - 7}{1 + r} + \frac{r}{1 + r - 7} = 2$$

$$\frac{r - 7}{1 + r} + \frac{r}{r - 8} = 2$$

مثال النسبة بين معاملي أحد الحدود والحد التالي له مباشرة في مفكوك (5 + 4س) <sup>24</sup>  
تساوى 5 : 6 أوجد رتبة كلا منهما

الحل

$$\frac{6}{4} = \frac{r - 25}{r}$$

$$r + 100 = 4r$$

$$100 = 4r - r$$

$$100 = 3r$$

$$100 = 3r$$

الحدان هما 10 ح ، 11 ح

نفرض الحدان هما حر ، 1 + حر

$$\frac{6}{5} = \frac{1 + \text{حر}}{\text{حر}}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{1 + r - 24}{r}$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{r - 25}{r}$$





إذا كانت الحدود الثاني والثالث والرابع في مفكوك (س + ص) ن هي على الترتيب 50 ، 1125 ، 15000 أوجد قيمة س ، ص ، ن

مثال

الحل

$$(2) \quad \text{ص} = 40 (2 - \text{ن})$$

$$\frac{40}{\text{ص}} = \frac{(2 - \text{ن})}{\text{ص}} \quad \text{بالقسمة}$$

$$\frac{8}{9} = \frac{2 - \text{ن}}{1 - \text{ن}}$$

$$8 - \text{ن} = 18 - 9\text{ن}$$

$$18 + 8 - \text{ن} = 9\text{ن}$$

$$10 = \text{ن}$$

$$\text{ص} = 5 \quad \text{ص} = 45 \quad \text{ص} = 9 \quad \text{ص} = 1 \quad \text{بالتعويض في 1}$$

$$50 = 2\text{ح} \quad 50 = 10\text{ق} \quad \text{ص} = 9 \quad \text{ص} = 1$$

$$50 = 10 \times 5 \times \text{ص} \times \text{ص} = 9$$

$$\text{ص} = 5 \quad \text{ص} = 1 \quad \text{ص} = 10$$

$$\frac{1225}{50} = \frac{3\text{ح}}{2\text{ح}}$$

$$\frac{45}{2} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \times \frac{1+2-\text{ن}}{2}$$

$$45 = \frac{\text{ص}}{\text{س}} (1 - \text{ن})$$

$$(1) \quad \text{ص} = 45 (1 - \text{ن})$$

$$\frac{15000}{1125} = \frac{4\text{ح}}{3\text{ح}}$$

$$\frac{40}{3} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \times \frac{1+3-\text{ن}}{3}$$

$$40 = \frac{\text{ص}}{\text{س}} (2 - \text{ن})$$

في مفكوك (أ + ب) <sup>20</sup> حسب قوى أ التنازلية إذا كان  $\frac{5}{4} = 2(1 + \text{ح})$  أوجد قيمة ر

مثال

الحل

$$(4 + \text{ر}) (21 - \text{ر}) = (100 - 5\text{ر}) \quad \text{ر} \times \text{ح} \times \text{ح} = 1 + \text{ح} \times 1 + \text{ح} \times 2$$

$$84 + \text{ر} - 84\text{ر} - \text{ر}^2 = 100 - 5\text{ر}$$

$$0 = 84 + \text{ر} - 20 - \text{ر}^2$$

$$0 = (14 - \text{ر}) (6 - \text{ر})$$

$$14 = \text{ر}$$

$$6 = \text{ر}$$

$$\frac{\text{ب}}{\text{أ}} \times \frac{1 + (1 + \text{ر}) - 20}{1 + \text{ر}} \times \frac{5}{4} = \frac{\text{ب}}{\text{أ}} \times \frac{1 + \text{ر} - 20}{\text{ر}}$$

$$\frac{\text{ر} - 20}{1 + \text{ر}} \times \frac{5}{4} = \frac{\text{ر} - 21}{\text{ر}}$$

$$\frac{\text{ر} - 20}{4 + \text{ر}} = \frac{\text{ر} - 21}{\text{ر}}$$